



TUGAS AKHIR– SM141501

**PEMODELAN ALOKASI PERSEDIAAN SUKU CADANG
DENGAN MEMPERTIMBANGKAN PENGARUH SPASIAL**

**SITI NUR AFIFAH
NRP 1213 100 083**

**Dosen Pembimbing :
Valeriana Lukitosari, S.Si, MT**

**DEPARTEMEN MATEMATIKA
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya 2017**



FINAL PROJECT– SM141501

***MODELING OF SPAREPARTS INVENTORY ALLOCATION
CONSIDERING THE SPATIAL EFFECT***

**SITI NUR AFIFAH
NRP 1213 100 083**

**Supervisor :
Valeriana Lukitosari, S.Si, MT**

**DEPARTMENT OF MATHEMATIC
Faculty of Mathematics and Natural Sciences
Sepuluh Nopember Institute of Technology
Surabaya 2017**

LEMBAR PENGESAHAN

**PEMODELAN ALOKASI PERSEDIAAN SUKU
CADANG DENGAN MEMPERTIMBANGKAN
PENGARUH SPASIAL**

***MODELING OF SPAREPARTS INVENTORY ALLOCATION
CONSIDERING THE SPATIAL EFFECT***

TUGAS AKHIR

Diajukan untuk memenuhi salah satu syarat
Untuk memperoleh gelar Sarjana Sains
Pada bidang studi Matematika Terapan
Program Studi S-1 Departemen Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya

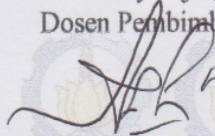
Oleh :

SITI NUR AFIFAH

NRP. 1213 100 083

Menyetujui,

Dosen Pembimbing,



Valeriana Lukitosari, S.Si, MT

NIP. 19710928 199802 2 001

Mengetahui,

Kepala Departemen Matematika
FMIPA ITS



Dr. Imam Mukhlash, S.Si, MT

NIP. 19700831 199403 1 003

Surabaya, Agustus 2017

PEMODELAN ALOKASI PERSEDIAAN SUKU CADANG DENGAN MEMPERTIMBANGKAN PENGARUH SPASIAL

Nama : Siti Nur Afifah
NRP : 1213100083
Departemen : Matematika FMIPA-ITS
Pembimbing : Valeriana Lukitosari, S.Si, MT

Abstrak

Persediaan sangat penting artinya bagi suatu perusahaan. Perusahaan penyedia jasa layanan pemeliharaan mesin ATM dapat dianggap melakukan pelanggaran kontrak kerja dan dihadapkan pada risiko pembayaran denda, jika terjadi kerusakan mesin sementara suku cadang mesin tidak tersedia di gudang, dan harus menunggu kedatangan dari *supplier* dalam waktu yang tidak dapat dipastikan. Pengalokasian persediaan suku cadang dari perusahaan pusat ke gudang penyimpanan suku cadang yang berada di berbagai wilayah harus dilakukan dengan optimum dan efisien. Untuk menentukan pengalokasian persediaan suku cadang diperlukan suatu model yang menjelaskan hubungan antara jumlah persediaan dan faktor-faktor yang mempengaruhinya dan juga faktor spasial atau wilayah. Tugas Akhir ini bertujuan untuk memodelkan jumlah persediaan dengan faktor-faktor yang mempengaruhinya. Pemodelan dilakukan dengan pendekatan wilayah (spasial). Pada model didapatkan dua variabel yang berpengaruh secara signifikan yaitu jumlah kerusakan suku cadang dan *lifespan* suku cadang. Dan didapatkan model terbaik yaitu *Spatial Error Model* (SEM).

Kata Kunci: *Persediaan Suku Cadang, Regresi Spasial, Spatial Autoregressive Model (SAR), Spatial Error Model (SEM)*

MODELING OF SPAREPARTS INVENTORY ALLOCATION CONSIDERING THE SPATIAL EFFECT

Name : Siti Nur Afifah
NRP : 1213100083
Department : Matematika FMIPA-ITS
Supervisor : Valeriana Lukitosari, S.Si, MT

Abstract

Inventory is very important for a company. An ATM maintenance service provider may be deemed to have breached an employment contract and face the risk of a fine penalty, in case of engine failure while the spare parts of the machine are not available in the warehouse, and shall await the arrival of the supplier in an uncertain time. From the central company to the spare parts warehouse located in various areas must be done optimally and efficiently. To determine the allocation of spare parts inventory we need a model that describes the relationship between the amount of inventory and the factors that influence and spatial factors. This final project aims to model the amount of inventory with the factors that influence it. Modeling is done by regional approach (spatial). From the model we obtained two significant influential variables that is amount of damaged spare parts and spare parts lifetime. And the best model is Spatial Error Model (SEM).

Keywords: *Spareparts Inventory, Spatial Regretion, Spatial Autoregressive Model (SAR), Spatial Error Model (SEM)*

KATA PENGANTAR

Alhamdulillahirobbil'aalamiin, segala puji dan syukur penulis panjatkan ke hadirat Allah SWT yang telah memberikan limpahan rahmat, taufik serta hidayah-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan Tugas Akhir yang berjudul

“PEMODELAN ALOKASI PERSEDIAAN SUKU CADANG DENGAN MEMPERTIMBANGKAN PENGARUH SPASIAL”

sebagai salah satu syarat kelulusan Program Sarjana Departemen Matematika FMIPA Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS) Surabaya.

Tugas Akhir ini dapat diselesaikan dengan baik berkat bantuan dan dukungan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis menyampaikan ucapan terima kasih dan penghargaan kepada:

1. Kepala Departemen Matematika ITS yang telah memberikan dukungan dan motivasi selama perkuliahan hingga terselesaikannya Tugas Akhir ini.
2. Kaprodi S1 Departemen Matematika dan sekretaris prodi S1 yang telah memberikan arahan akademik selama penulis kuliah di Departemen Matematika FMIPA-ITS.
3. Ibu Valeriana Lukitosari, S.Si, MT sebagai dosen pembimbing yang telah memberikan motivasi dan pengarahan dalam penyelesaian Tugas Akhir ini.
4. IbuDwi Ratna Sulistyaningrum, S.Si, MT sebagai dosen wali yang telah memberikan arahan akademik selama penulis kuliah di Departemen Matematika FMIPA-ITS.
5. Bapak dan Ibu dosen serta para staf Departemen Matematika ITS yang tidak dapat penulis sebutkan satu-persatu.
6. Keluarga besar saya terutama kedua orang tua saya, Bapak Mashadi dan Ibu Rumiyatun, juga adik saya M.Faiszal

Dhiyauzain yang telah memberikan kasih sayang, doa, semangat, dan banyak hal lain kepada saya.

7. Sanabat- sahabat saya Putri Saraswati, Retno Palupi, Mega, Azaria, Melynda, Airin, Fika, Jessica, RYP, Eka Putridan seluruh teman-teman Matematika ITS 2013 yang telah membantu dan memotivasi saya.
8. Semua pihak yang telah memberikan dukungan dan ilmu kepada penulis dalam penyelesaian Tugas Akhir ini.

Penulis menyadari bahwa dalam penyusunan Tugas Akhir ini masih mempunyai banyak kekurangan. Kritik dan saran dari berbagai pihak yang bersifat membangun juga sangat diharapkan sebagai bahan perbaikan di masa yang akan datang.

Surabaya, Juli 2017

Penulis

DAFTAR ISI

LEMBAR PENGESAHAN.....	v
Abstrak	vii
Abstract	ix
KATA PENGANTAR.....	xi
DAFTAR ISI	xiii
DAFTAR GAMBAR.....	xvii
DAFTAR TABEL	xix
DAFTAR SIMBOL	xxi
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Rumusan Masalah	2
1.3 Batasan Masalah	2
1.4 Tujuan.....	3
1.5 Manfaat.....	3
1.6 Sistematika Penulisan	3
BAB II Tinjauan Pustaka.....	5
2.1 Penelitian Terdahulu.....	5
2.2 Persediaan Suku Cadang	5
2.3 Model Regresi Linear	8
2.4 Uji Efek Spasial.....	12
2.4.1 Spatial Dependence	12
2.4.2 Spatial Heterogeneity	13
2.5 Regresi Spasial	14
2.5.1 Matriks Pembobot Spasial	14
2.5.2 Pemodelan Spasial.....	15

2.6 Metode Maksimum <i>Likelihood</i>	16
2.7 Pemilihan Model Terbaik.....	17
2.8 Pengujian asumsi regresi.....	17
2.8.1 Asumsi Kenormalan dari Residual.....	18
2.8.2 Asumsi Tidak ada Otokorelasi dari Residual.....	18
2.8.3 Asumsi Homokedastisitas.....	19
2.8.4 Asumsi tidak ada Multikolinearity.....	20
2.9 GeoDa.....	20
BAB III METODE PENELITIAN.....	22
BAB IV ANALISIS DAN PEMBAHASAN.....	24
4.1 Objek Penelitian.....	24
4.1.1 Gambaran Objek Penelitian.....	24
4.1.2 Deskripsi Variabel.....	26
4.2 Model Regresi Serentak Jumlah Persediaan Metode OLS	31
4.3 Pemodelan Spasial.....	33
4.3.1 Identifikasi Efek Spasial.....	33
4.3.2 Matriks Pembobot Spasial.....	39
4.3.3 Estimasi Parameter SAR.....	40
4.3.4 Spatial Autoregressive Model (SAR).....	43
4.3.5 Estimasi Parameter SEM.....	45
4.3.6 <i>Spatial Error Model</i> (SEM).....	47
4.4 Uji Asumsi Residual Model Regresi Spasial.....	48
4.4.1 Asumsi Homogenitas Varians (Identik).....	48
4.4.2 Asumsi Independen.....	49
4.4.3 Asumsi Normalitas.....	49
4.5 Perbandingan Nilai Estimator Model.....	50

4.6 Pemilihan Model Terbaik	50
4.7 Analisis Variabel-Variabel Pengaruh	51
BAB V KESIMPULAN DAN SARAN	53
5.1 Kesimpulan.....	53
5.2Saran	54
DAFTAR PUSTAKA.....	55
LAMPIRAN A	57
LAMPIRAN B	59
LAMPIRAN C	60
LAMPIRAN D	62
LAMPIRAN E.....	66
LAMPIRAN F	67
LAMPIRAN G	68
LAMPIRAN H	69
LAMPIRAN I.....	70
LAMPIRAN J.....	71
LAMPIRAN K	72
BIODATA PENULIS.....	73

DAFTAR GAMBAR

Gambar 4. 1 Bagian dalam sisi bawah mesin ATM	24
Gambar 4. 2 <i>Presenter modul</i>	25
Gambar 4. 3 <i>Pick modul</i> (dari depan dan samping)	25
Gambar 4.4 <i>Cassette modul</i>	26
Gambar 4.5 Peta persebaran jumlah persediaan suku cadang	28
Gambar 4.6 Pola hubungan y dan X_1	28
Gambar 4.7 Pola hubungan y dan X_2	29
Gambar 4.8 Pola hubungan y dan X_3	30
Gambar 4.9 Pola hubungan y dan X_4	30
Gambar 4.10 Pola hubungan y dan X_5	31
Gambar 4.11 Histogram Ketetangaan	40

DAFTAR TABEL

Tabel 2.1 ANOVA.....	9
Tabel 4.1 Variabel-Variabel Pengaruh.....	26
Tabel 4.2 Hasil Uji Residual	33
Tabel 4.3 Hasil Uji <i>Lagrange Multiplier</i>	39
Tabel 4.4 Estimasi Parameter SAR	44
Tabel 4.5 Estimasi Parameter SEM.....	48
Tabel 4.6 Hasil Uji Park	49
Tabel 4.7 Hasil Uji Kolmogorov-Smirnov	50
Tabel 4.8 Perbandingan Nilai Parameter.....	50
Tabel 4.9 Kriteria Pemilihan Model	51

DAFTAR SIMBOL

k	: Banyaknya variabel prediktor
y_i	: Variabel respon ke- i
X_{ki}	: Variabel predictor ke- k pada pengamatan ke
β_k	: Parameter regresi ke- k
ε_i	: <i>Error</i> ke- i
ρ	: Koefisien spasial lag dari variabel independen
λ	: Koefisien spasial <i>autoregressive</i> yang bernilai $ \lambda < 1$
U_i	: Residual Spasial dari kabupaten/kota ke- i
ε_i	: Residual dari kabupaten/kota ke- i
W	: Matriks pembobot berukuran $n \times n$
I	: Matriks identitas, berukuran $n \times n$
n	: Banyaknya amatan/lokasi ($i = 1, 2, \dots, n$)
p	: Jumlah variabel independen
R^2	: Koefisien determinasi
σ^2	: Varians

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

ATM (*Automated Teller Machine*) atau Anjungan Tunai Mandiri merupakan perangkat yang dapat menggantikan sebagian besar fungsi tugas dari seorang *teller* dan sangat membantu nasabah dalam mendapatkan pelayanan bank tanpa dibatasi oleh waktu operasional bank tersebut. Pelayanan ATM adalah layanan perbankan yang dilakukan melalui mesin ATM yang dapat melayani selama 24 jam, guna melakukan transaksi perbankan meliputi penarikan tunai, *inquiry saldo* (informasi saldo) rekening tabungan, setoran tunai dan melakukan berbagai jenis pembelian dan pembayaran tagihan. Selain dapat membantu nasabah terkadang mesin ATM seringkali mengalami masalah kerusakan mesin [1].

Perusahaan penyedia jasa pemeliharaan mesin ATM dapat dianggap melakukan pelanggaran kontrak kerja dan dihadapkan pada risiko pembayaran denda jika terjadi kerusakan mesin sementara suku cadang mesin tidak tersedia di gudang, dan harus menunggu kedatangan dari *supplier* dalam waktu yang tidak dapat dipastikan. Untuk itu pengalokasian persediaan suku cadang dari perusahaan pusat ke gudang penyimpanan suku cadang (*warehouse*) yang berada di berbagai wilayah harus dilakukan dengan optimum dan efisien.

Penentuan alokasi jumlah persediaan dapat dipengaruhi oleh beberapa faktor, dan juga dipengaruhi oleh wilayah di sekitarnya. Untuk menentukan pengalokasian persediaan suku cadang diperlukan suatu model yang menjelaskan hubungan antara jumlah persediaan dan faktor-faktor yang mempengaruhi dan juga faktor spasial atau wilayah.

Di dalam suatu observasi yang mengandung informasi ruang atau spasial, maka analisis data tidak akurat jika hanya menggunakan analisis regresi sederhana [2]. Jika menggunakan analisis regresi sederhana maka terjadi pelanggaran asumsi seperti

nilai sisa berkorelasi dengan yang lain dan varian tidak konstan. Jika informasi ruang atau spasial diabaikan pada data yang memiliki informasi ruang atau spasial dalam analisis, maka koefisien regresi menjadi tidak konsisten.

Suatu analisis pemodelan regresi untuk mengetahui faktor-faktor yang mempengaruhi jumlah persediaan yang dipengaruhi oleh karakteristik wilayah sangat penting. Pada beberapa kasus, variabel respon yang diamati memiliki keterkaitan dengan hasil pengamatan di wilayah yang berbeda, terutama wilayah yang berdekatan. Adanya hubungan spasial dalam variabel respon menyebabkan pendugaan menjadi tidak tepat karena asumsi keacakan suatu *error* dilanggar. Untuk mengatasi permasalahan tersebut diperlukan suatu model regresi yang memasukkan hubungan spasial antar wilayah ke dalam model. Adanya informasi hubungan spasial antar wilayah menyebabkan perlu adanya keragaman spasial ke dalam model, sehingga model yang digunakan adalah model regresi spasial. Beberapa metode yang telah berkembang adalah *Spatial Autoregressive Model* (SAR), *Spatial Error Model* (SEM) dan *Spatial Autoregressive Moving Average*(SARMA). SAR, SEM dan SARMA didasarkan pada efek lag spasial dan *error* spasial dengan menggunakan pendekatan area.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang diatas, maka disusun suatu rumusan masalah yang dibahas dalam penulisan tugas akhir ini yaitu, bagaimana model yang menjelaskan hubungan antara persediaan suku cadang dan faktor-faktor yang mempengaruhinya dengan pendekatan regresi spasial.

1.3 Batasan Masalah

Pada penelitian ini masalah dibatasi pada data sekunder mengenai jumlah persediaan suku cadang mesin ATMdi Jawa Timur dariPT.XYZ yang merupakanpenyedia jasa pemeliharaan mesin ATMpada periode Januari 2015-Desember 2016

1.4 Tujuan

Tujuan dari penulisan tugas akhir ini adalah memodelkan hubungan antara persediaan suku cadang dan faktor-faktor yang mempengaruhinya dengan pendekatan regresi spasial.

1.5 Manfaat

Manfaat dari tugas akhir ini adalah:

1. Manfaat bagi penulis adalah sebagai penerapan dari metode-metode yang digunakan dalam penulisan tugas akhir.
2. Memberikan informasi bagi perusahaan penyedia jasa pemeliharaan mesin ATM terkait mengenai alokasi persediaan suku cadang.
3. Hasil penelitian ini dapat digunakan sebagai tambahan referensi untuk penelitian-penelitian selanjutnya.

1.6 Sistematika Penulisan

Untuk memberikan gambaran mengenai keseluruhan isi tugas akhir ini, maka dikemukakan sistematika penulisan dalam tugas akhir ini sebagai berikut:

1. BAB I PENDAHULUAN

Bab ini menjelaskan tentang latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan, manfaat dan sistematika penulisan hasil tugas akhir.

2. BAB II TINJAUAN PUSTAKA

Pada bab ini dijelaskan tentang pengertian suku cadang, definisi persediaan, model regresi linear, *spatial dependence*, *spatial heterogeneity*, dan Pemodelan Spasial.

3. BAB III METODE PENELITIAN

Bab ini menjelaskan tentang tahapan-tahapan dalam proses menyelesaikan masalah dan mencapai tujuan tugas akhir.

4. BAB IV PEMBAHASAN

Bab ini menjelaskan mengenai pembahasan pemodelan hubungan antara jumlah persediaan suku cadang dengan faktor-faktor yang mempengaruhinya.

5.BAB V PENUTUP

Bab ini menjelaskan kesimpulan yang diperoleh dari pembahasan dan saran untuk pengembangan penelitian selanjutnya.

BAB II

Tinjauan Pustaka

Pada bab ini dijelaskan tentang pengertian suku cadang, definisi persediaan, model regresi linear, *spatial dependence*, *spatial heterogeneity*, dan pemodelan spasial.

2.1 Penelitian Terdahulu

Rujukan penelitian terdahulu yang digunakan adalah penelitian mengenai model estimasi permintaan *Fast Moving Consumer Goods* (FMCG) [4], pada penelitian ini dilakukan pemodelan estimasi permintaan dengan melihat faktor-faktor yang mempengaruhinya. Pada model regresi tidak terdapat dependensi spasial sehingga digunakan analisis regresi non-spasial sebagai model estimasi permintan. Jika pada data permintaan *Fast Moving Consumer Goods* (FMCG) tidak ditemukan faktor spasial, hal ini dapat bertolak belakang pada data persediaan suku cadang pada suatu daerah yang realitanya dapat dipengaruhi oleh daerah-daerah di sekitar nya, inilah yang kemudian memerlukan penelitian lebih lanjut.

2.2 Persediaan Suku Cadang

Suku cadang mesin atau lebih sering disebut dengan *spare part* merupakan suatu barang yang terdiri dari berbagai komponen mesin yang membentuk satu kesatuan dan mempunyai fungsi tertentu. Setiap suku cadang mempunyai fungsi tersendiri dan dapat terkait atau terpisah dengan suku cadang lainnya. Menurut bisa tidaknya diperbaiki, suku cadang dibagi menjadi 3 macam, yaitu[3]:

1. *Non Repairable*

Suatu suku cadang yang tidak dapat diperbaiki setelah mengalami satu kali kerusakan.

2. *Partially Repairable*

Dalam suatu suku cadang terdapat bagian yang dapat diperbaiki atau harus diganti apabila terjadi kerusakan untuk

mengembalikan pada performa semula.

3. *Fully Repairable*

Ketika suatu suku cadang mengalami kerusakan maka suku cadang tersebut dapat diperbaiki sampai kriteria tertentu.

Persediaan (*inventory*) merupakan bahan atau barang yang disimpan yang akan digunakan untuk memenuhi tujuan tertentu, misalnya untuk digunakan dalam proses produksi atau perakitan, untuk dijual kembali, atau untuk suku cadang dari suatu peralatan atau mesin.

Penyebab timbulnya persediaan adalah sebagai berikut :

1. Mekanisme pemenuhan atas permintaan. Permintaan terhadap suatu barang tidak dapat dipenuhi seketika apabila barang tersebut tidak tersedia sebelumnya. Untuk menyiapkan barang ini diperlukan waktu untuk pembuatan dan pengiriman, maka adanya persediaan merupakan hal yang sulit dihindari.
2. Keinginan untuk meredam ketidakpastian. Ketidakpastian terjadi akibat permintaan yang bervariasi dan tidak pasti dalam jumlah maupun waktu kedatangan, waktu pembuatan yang cenderung tidak konstan antara satu produk dengan produk berikutnya, waktu tunggu (*lead time*) yang cenderung tidak pasti karena banyak faktor yang tak dapat dikendalikan. Ketidakpastian ini dapat diredam dengan mengadakan persediaan.

Barang persediaan dapat dibagi atas beberapa jenis atau klasifikasi. Sekurang-kurangnya ada 6 klasifikasi utama, yaitu [6]:

1. Persediaan bahan baku (*raw materials*), yaitu bahan mentah yang belum diolah, yang akan diolah menjadi barang jadi, sebagai hasil utama dari perusahaan yang bersangkutan.
2. Persediaan barang setengah jadi (*semi finished products*), yaitu hasil olahan bahan mentah sebelum menjadi barang jadi, yang sebagian akan diolah menjadi barang jadi, dan sebagian

kadang-kadang dijual apa adanya untuk menjadi bahan baku perusahaan lain.

3. Persediaan barang jadi (*finished products*), yaitu barang yang sudah selesai diproduksi atau diolah, yang merupakan hasil utama perusahaan yang bersangkutan dan siap untuk dipasarkan atau dijual.
4. Persediaan barang umum dan suku cadang (*general materials and spare part*), yaitu segala jenis barang atau suku cadang yang digunakan untuk operasi menjalankan perusahaan/pabrik dan untuk memelihara peralatan yang digunakan. Sering kali barang persediaan jenis ini disebut juga barang pemeliharaan, perbaikan, dan operasi, atau MRO materials (*maintenance, repair and operation*).
5. Persediaan barang untuk proyek (*work in progress*), yaitu barang-barang yang ditumpuk menunggu pemasangan dalam suatu proyek baru.
6. Persediaan barang dagangan (*commodities*), yaitu barang yang dibeli, sudah merupakan barang jadi dan disimpan di gudang menunggu penjualan kembali dengan keuntungan tertentu.

Pengendalian persediaan (*inventory control*) adalah kegiatan yang berhubungan dengan perencanaan, pelaksanaan, dan pengawasan penentuan kebutuhan material sedemikian rupa sehingga kebutuhan operasi dapat dipenuhi pada waktunya dan investasi persediaan dapat ditekan secara optimal. Sistem pengendalian persediaan dapat didefinisikan sebagai serangkaian kebijakan pengendalian untuk menentukan tingkat persediaan yang harus dijaga, kapan pesanan untuk menambah persediaan harus dilakukan dan berapa besar pesanan harus diadakan. Sistem ini menentukan dan menjamin tersedianya persediaan yang tepat dalam kuantitas dan waktu yang tepat.

2.3 Model Regresi Linear

Metode regresi linier merupakan metode yang memodelkan hubungan antara variabel respon y dan variabel prediktor X_1, X_2, \dots, X_p . Model regresi linier secara umum[9]:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \dots + \beta_i X_{ki} + \varepsilon_i \quad (2.1)$$

dimana :

k	:	Banyaknya variabel prediktor
y_i	:	Variabel respon ke- i
X_{ki}	:	Variabel predictor ke- k pada pengamatan ke
β_k	:	Parameter regresi ke- k
ε_i	:	Error ke- i

Pada model ini, hubungan antara variabel prediktor dan variabel respon dianggap konstan pada setiap lokasi geografis.

Dalam notasi matriks, model regresi dapat dituliskan menjadi: $y = X\beta + \varepsilon$ dengan:

$$y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} 1 & X_{11} & X_{12} & \cdots & X_{1p} \\ 1 & X_{21} & X_{22} & \cdots & X_{2p} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & X_{n1} & X_{n2} & \cdots & X_{np} \end{pmatrix}, \beta = \begin{pmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_k \end{pmatrix}, \varepsilon = \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{pmatrix}$$

Jika dituliskan kembali dalam bentuk persamaan adalah sebagai berikut:

$$y = X\beta + \varepsilon \quad (2.2)$$

dimana:

β : vektor dari parameter yang ditaksir $(p + 1) \times 1$

X : matriks variabel bebas berukuran $n \times (p + 1)$

y : vektor observasi dari variabel respon berukuran $(n \times 1)$

k : banyaknya variabel bebas ($k=1,2,\dots,p$)

ε : vektor error berukuran $(n \times 1)$

Pengujian kesesuaian model secara serentak dilakukan dengan hipotesis sebagai berikut:

$$H_0: \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_p = 0$$

$$H_1: \beta_k \neq 0 \text{ untuk } k = 1, 2, \dots, p$$

Analisis varians digunakan untuk menguji kesesuaian model regresi OLS. Analisis ini dibuat dengan menguraikan bentuk jumlah kuadrat total/*Sum Square Total* (SST) menjadi dua komponen yaitu: Jumlah kuadrat regresi/*Sum Square Regression* (SSR) dan jumlah kuadrat *error*/*Sum Square Error* (SSE). Notasi ketiganya adalah:

$$SST = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2$$

$$SSR = \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2$$

$$SSE = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

Tabel 2.1 ANOVA

Sumber Variansi	Jumlah Kuadrat	Derajat Bebas	Rata-rata Kuadrat	F_{hit}
Regresi	SSR	p	$MSR = \frac{SSR}{p}$	$\frac{MSR}{MSE}$
<i>Error</i>	SSE	$n - (p + 1)$	$MSE = \frac{SSE}{n - (p + 1)}$	
Total	SST	$n - 1$		

dimana:

p = jumlah parameter regresi

Statistik uji dalam pengujian tersebut adalah:

$$F_{hit} = \frac{MSR}{MSE}$$

dengan keputusan model regresi sesuai untuk data yang digunakan apabila $F_{hitung} > F_{\alpha:v_1,v_2}$ dimana $v_1 = p$ dan $v_2 = (n - p - 1)$ atau $p\text{-value} < \alpha$ (dengan $\alpha = 5\%$).

Setelah dilakukan pengujian secara serentak, maka langkah selanjutnya adalah melakukan uji signifikansi secara parsial, untuk mengetahui variabel mana saja yang secara statistik signifikan mempengaruhi variabel respon. Bentuk rumusan hipotesisnya adalah sebagai berikut:

$$H_0: \beta_k = 0$$

$$H_1: \beta_k \neq 0 \text{ untuk } k = 1, 2, \dots, p$$

dengan taraf signifikansi $\alpha = 5\%$

Statistik uji yang digunakan dalam pengujian secara parsial adalah

$$t_{hit} = \frac{\hat{\beta}_k}{SE(\hat{\beta}_k)} \sim T_{n-2-k} \quad (2.3)$$

dengan keputusan tolak H_0 jika $|t_{hit}| > t_{(df:1-\alpha/2)}$ dimana $df = n - 2 - k$ (n adalah jumlah pengamatan dan k adalah jumlah variabel bebas). atau $p\text{-value} < \alpha$ (dengan $\alpha = 5\%$).

Estimasi parameter untuk β dapat diperoleh dengan metode kuadrat terkecil (*Ordinary Least Square*). Prinsip OLS adalah meminimumkan jumlah kuadrat galat. Untuk memperoleh estimator bagi β yang dilambangkan $\hat{\beta}$ dilakukan dengan menggunakan persamaan (2.2) [10].

Matriks *error* dapat diperoleh dengan:

$$\varepsilon = y - X\beta \quad (2.4)$$

Dengan menggunakan prinsip dasar OLS dan persamaan (2.4) maka

$$\begin{aligned}
\sum_{i=1}^k \varepsilon_i^2 &= \varepsilon^T \varepsilon \\
&= (y - X\beta)^T (y - X\beta) \\
&= y^T y - \beta^T X^T y - y^T X\beta + \beta^T X^T X\beta
\end{aligned} \tag{2.5}$$

Oleh karena $y^T X\beta$ adalah matriks berukuran 1×1 maka matriksnya sama dengan matriks transposenya.

$$y^T X\beta = (Y^T X\beta)^T = \beta^T X^T y \tag{2.6}$$

Dengan substitusi persamaan (2.6) ke dalam persamaan (2.5) maka persamaannya menjadi:

$$\begin{aligned}
\varepsilon^T \varepsilon &= y^T y - \beta^T X^T y - y^T X\beta + \beta^T X^T X\beta \\
&= y^T y - \beta^T X^T y - \beta^T X^T y + \beta^T X^T X\beta \\
&= y^T y - 2 \beta^T X^T y + \beta^T X^T X\beta
\end{aligned} \tag{2.7}$$

Untuk mendapatkan estimator $\hat{\beta}$, persamaan (2.7) dideferensialkan terhadap β^T maka:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial(\varepsilon^T \varepsilon)}{\partial \beta^T} &= 0 \\
\frac{\partial(\varepsilon^T \varepsilon)}{\partial \beta^T} &= \frac{\partial(y^T y - 2 \beta^T X^T y + \beta^T X^T X\beta)}{\partial \beta^T} \\
\frac{\partial(\varepsilon^T \varepsilon)}{\partial \beta^T} &= 0 - 2X^T y + 2X^T X\beta \\
-2X^T X\beta &= -2X^T y
\end{aligned}$$

$$X^T X\beta = X^T y$$

$$(X^T X)^{-1} X^T X\beta = (X^T X)^{-1} X^T y$$

Sehingga diperoleh estimator

$$\hat{\beta} = (X^T X)^{-1} (X^T y) \tag{2.8}$$

2.4 Uji Efek Spasial

Efek spasial yaitu *spatial dependence* dan *spatial heterogeneity* pada data, digunakan beberapa metode pengujian. Pengujian adanya *spatial dependence* memakai metode *Moran's I* dan *Lagrange Multiplier* (LM). Untuk pengujian adanya *spatial heterogeneity* menggunakan metode *Breusch-Pagan Test*.

2.4.1 Spatial Dependence

Spatial dependence muncul berdasarkan hukum Tobler I (1979) yaitu segala sesuatu saling berhubungan dengan hal yang lain tetapi sesuatu yang lebih dekat mempunyai pengaruh yang besar. Anselin (1988) menyatakan bahwa uji untuk mengetahui *spatial dependence* di dalam *error* suatu model adalah dengan menggunakan statistik *Moran's I* [6].

Hipotesis yang digunakan adalah :

$H_0: I = 0$ (tidak ada autokorelasi antar lokasi)

$H_1: I \neq 0$ (ada autokorelasi antar lokasi)

Statistik uji disajikan pada persamaan :

$$Z_{hitung} = \frac{I - E(I)}{\sqrt{var(I)}}$$

Pengambilan keputusan adalah H_0 ditolak jika $Z_{hitung} > Z_{\alpha/2}$

Nilai dari indeks I adalah antara -1 dan 1. Apabila $I > I_0$ maka data memiliki autokorelasi positif, jika $I < I_0$ maka data memiliki autokorelasi negatif.

Untuk menguji adanya dependensi spasial antar wilayah digunakan uji *Lagrange Multiplier*.

Statistik uji disajikan pada persamaan :

$$LM_{lag} = \frac{\left(\frac{\varepsilon^T W y}{s^2} \right)}{\left(\frac{(W X \beta)^T M (W X \beta) + T s^2}{s^2} \right)}$$

dimana:

$$M: I - X(X^T X)^{-1} X^T$$

$$T = \text{tr}((W^T + W)W)$$

$$s^2 = \frac{\varepsilon^T \varepsilon}{n}$$

dimana:

X : Matriks variabel dependen berukuran $n \times k$

W : Matriks pembobot spasial (pada lampiran C) berukuran $n \times n$

ε : Vektor *error*

y : Matriks jumlah persediaan suku cadang (data pada lampiran A)

$$LM_{error} = \frac{\left(\frac{\varepsilon^T W \varepsilon}{s^2}\right)}{T}$$

dimana:

$$T = \text{tr}((W^T + W)W)$$

Pada LM test diperoleh berdasar pada asumsi model di bawah H_0 . Terdapat tiga hipotesis yang digunakan. Hipotesis yang digunakan dijelaskan di bawah ini.

(i) $H_0: \rho = 0$ dengan $H_1: \rho \neq 0$ (untuk model SAR)

(ii) $H_0: \lambda = 0$ dengan $H_1: \lambda \neq 0$ (untuk model SEM)

(iii) $H_0: \rho, \lambda = 0$ dengan $H_1: \rho, \lambda \neq 0$ (untuk model SARMA)

Keputusan tolak H_0 jika nilai $LM > X^2(k)$

2.4.2 Spatial Heterogeneity

Spatial heterogeneity menunjukkan adanya keragaman antar lokasi. Jadi setiap lokasi mempunyai struktur dan parameter hubungan yang berbeda. Heterogenitas data secara spasial dapat diuji dengan menggunakan statistik uji *Breusch-Pagan test (BP test)*:

$$BP = \frac{1}{2} \left(\sum_{i=1}^n x_i f_i \right)^T \left(\sum_{i=1}^n x_i x_i \right)^T \left(\sum_{i=1}^n x_i f_i \right)$$

yang mempunyai hipotesis

$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \dots = \sigma_n^2 = \sigma^2$ (homokedastisitas)

$H_1: \sigma_i^2 \neq \sigma^2$ (heterodastisitas)

Tolak H_0 bila $BP > X^2(k)$

2.5 Regresi Spasial

Hukum pertama tentang geografi dikemukakan oleh Tobler, menyatakan bahwa segala sesuatu saling berhubungan satu dengan yang lainnya, tetapi sesuatu yang dekat lebih mempunyai pengaruh daripada sesuatu yang jauh [2]. Hukum inilah yang menjadi pilar tentang kajian sains regional. Adanya efek spasial meruakan hal yang lazim terjadi antara satu region dengan region yang lain. Pada data spasial seringkali pengamatan di suatu lokasi bergantung pada pengamatan di lokasi lain yang berdekatan (*neighboring*). Regresi spasial merupakan salah satu metode statistika yang digunakan untuk mengetahui hubungan antara variabel respon dan prediktor dengan mempertimbangkan keterkaitan lokasi atau spasial.

2.5.1 Matriks Pembobot Spasial

Matriks pembobot spasial (W) diketahui berdasarkan jarak atau persinggungan (*contiguity*) antara satu region ke region yang lain[6]. Pembobot yang dipakai adalah dengan menggunakan persinggungan sisi sudut (*Queen Contiguity*) adalah lokasi yang bersisian (*common side*) atau titik sudutnya (*common vertex*) bertemu dengan lokasi yang menjadi perhatian diberi pembobotan $W_{ij} = 1$, sedangkan untuk lokasi lainnya adalah $W_{ij} = 0$.

2.5.2 Pemodelan Spasial

Secara umum regresi spasial dinyatakan dengan persamaan berikut: [6]

$$y = \rho Wy + X\beta + u \quad (2.9)$$

$$u = \lambda Wu + \varepsilon \quad (2.10)$$

$$\varepsilon \approx N(0, \sigma^2 I)$$

dimana:

- y : vektor variabel dependen berukuran $n \times 1$
- ρ : koefisien spasial lag dari variabel independen
- X : matriks variabel independen berukuran $n \times (k + 1)$
- β : vektor parameter koefisien spasial lag pada *error*
- λ : koefisien spasial *autoregressive* yang bernilai $|\lambda| < 1$
- u : vektor *error* pada persamaan (4) berukuran $n \times 1$
- ε : vektor *error* pada persamaan (5), berukuran $n \times 1$, yang berdistribusi normal dengan mean nol dan varians $\sigma^2 I$
- W : matriks pembobot berukuran $n \times n$
- I : matriks identitas, berukuran $n \times n$
- n : banyaknya amatan/lokasi ($i = 1, 2, \dots, n$)

Error regresi (u) yang diasumsikan memiliki efek lokasi random dan mempunyai autokorelasi secara spasial. Pada persamaan (2.9) pada saat $X = 0$ dan $W_2 = 0$ menjadi spasial *autoregressive* order pertama seperti pada persamaan (2.11) :

$$y = \rho Wy + \varepsilon \quad (2.11)$$

$$\varepsilon \approx N(0, \sigma^2 I)$$

Pada persamaan (2.11) menunjukkan variansi pada y sebagai kombinasi linier variansi antar lokasi yang berdekatan dengan tanpa variabel independen.

1. Pada persamaan (2.9) jika nilai $\rho = 0$ dan $\lambda = 0$ maka persamaan menjadi:

$$y = X\beta + \varepsilon$$

Dalam notasi ini persamaan ini disebut model regresi klasik atau lazim dikenal sebagai model regresi *Ordinary Least*

Square (OLS), yaitu regresi yang tidak mempunyai efek spasial.

2. Pada persamaan (2.9) jika nilai $\rho \neq 0$ dan $\lambda = 0$ maka persamaan menjadi:

$$y = \rho Wy + X\beta + \varepsilon \quad (2.12)$$

Persamaan (2.12) disebut sebagai regresi *Spatial Lag Model* (SLM). LeSage (1999) mengistilahkan model ini dengan *Spatial Autoregressive Models* (SAR).

3. Pada persamaan (2.9) jika nilai $\rho = 0$ dan $\lambda \neq 0$ persamaanya menjadi:

$$y = X\beta + u, u = \lambda Wu + \varepsilon \quad (2.13)$$

Persamaan (2.13) disebut juga regresi *Spatial Error Model* (SEM).

4. Pada persamaan (2.9) jika nilai $\rho \neq 0$ dan $\lambda \neq 0$ maka persamaan menjadi:

$$y = \rho Wy + X\beta + u, u = \lambda Wu + \varepsilon \quad (2.14)$$

Persamaan (2.14) disebut *General Spatial Model*, ada juga Anselin (1988) menamainya sebagai model *Spatial Autoregressive Moving Average* (SARMA).

2.6 Metode Maksimum Likelihood

Metode maksimum *likelihood* digunakan untuk melakukan penaksiran parameter dalam fungsi probabilitas.

Misalkan X_1, X_2, \dots, X_n sampel acak dengan fungsi $f(x_i, \theta), i = 1, 2, \dots, n$. Apabila L yaitu fungsi peluang bersama dari X_1, X_2, \dots, X_n dipandang sebagai fungsi dari θ dan x_1, x_2, \dots, x_n sebagai bilangan tertentu maka $L(\theta) = \prod_{i=1}^n f(x_i, \theta)$ disebut sebagai fungsi *likelihood* [9].

Misalkan X_1, X_2, \dots, X_n sampel acak dengan fungsi $f(x_i, \theta)$ dan fungsi *likelihood* $L(\theta)$. Setiap nilai $u = h(x_1, x_2, \dots, x_n)$ yang memaksimalkan $L(\theta)$ yakni $L(u) \geq L(\theta)$ dinamakan *Maximum Likelihood Estimator* (MLE) [9].

2.7 Pemilihan Model Terbaik

Beberapa macam ukuran sebagai kriteria pemilihan model dapat digunakan antara lain: Koefisien determinasi (R^2), dan *Akaike's Information Criterion* (AIC).[6]

1. Koefisien determinasi (R^2) menunjukkan ketepatan suatu model (*Goodness of fit*). R^2 dinotasikan:

$$R^2 = \frac{\hat{\beta}_1 \sum x_{1i}y_i + \hat{\beta}_2 \sum x_{2i}y_i + \dots + \hat{\beta}_p \sum x_{pi}y_i}{\sum y_i^2} \quad (2.15)$$

dimana:

p = jumlah variabel independen

$x_{1i} = X_{1i} - \bar{X}_1$, $x_{2i} = X_{2i} - \bar{X}_1$, $x_{pi} = X_{pi} - \bar{X}_1$, dan

$y_i = Y_i - \bar{Y}$

Nilai dari koefisien determinasi ini adalah $0 \leq R^2 \leq 1$. Semakin besar R^2 maka kepercayaan terhadap model semakin besar (model semakin tepat dalam menggambarkan fenomena dari variabel respon). R^2 bernilai nol artinya variabel prediktor yang terdapat dalam model tidak ada kontribusi terhadap naik turunnya y . Bernilai satu artinya bahwa variansi dari y , 100 persen dipengaruhi oleh variabel prediktor yang terdapat dalam model.

2. *Akaike's Information Criterion* (AIC) diperkenalkan pada tahun 1973 oleh $AIC = -2L_k + 2k$ (2.16)

dimana:

k = jumlah parameter dalam model

L_k = Nilai dari maksimum *log-likelihood*

2.8 Pengujian asumsi regresi

Model regresi yang telah terbentuk perlu dilakukan pengujian pengujian asumsi agar mendapatkan model yang terpercaya. Asumsi-asumsi tersebut adalah [9]:

2.8.1 Asumsi Kenormalan dari Residual.

Pada tugas akhir ini, uji kenormalan residual menggunakan metode *Kolmogorov-Smirnov* (KS) dengan hipotesis:

H_0 : residual berdistribusi normal

H_1 : residual tidak berdistribusi normal

Nilai KS ditentukan oleh

$$D = \max |F_0(X_i) - S_n(X_i)|, i = 1, 2, \dots, n \quad (2.17)$$

dimana:

$F_0(X_i)$ Merupakan kumulatif data sampel

$S_n(X_i)$ Merupakan kumulatif data sampel berdistribusi normal

Pengambilan keputusan adalah H_0 ditolak jika nilai $p\text{-value} < \alpha$. Nilai $p\text{-value}$ diperoleh dari tabel harga kritis uji *Kolmogorov-Smirnov* dengan menggunakan nilai KS yang telah dicari dengan persamaan (2.17) dan banyaknya data yang digunakan. Apabila menggunakan bantuan program maka kriteria keputusannya adalah error berdistribusi normal jika $p\text{-value} > \alpha$ dengan $p\text{-value}$ diperoleh dari output program tersebut.

2.8.2 Asumsi Tidak Ada Otokorelasi dari Residual

Otokorelasi (*Autocorrelation*) adalah hubungan yang terjadi diantara residual yang tersusun dalam rangkaian waktu (*time series*), atau dalam rangkaian ruang (pada data *cross-section*). Dinotasikan sebagai $\text{Cov}(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0$, untuk $i \neq j$ artinya tidak ada otokorelasi diantara residual. Salah satu metode untuk mendeteksinya dengan cara melihat plot dari *Autocorrelation Function* (ACF). Bila *lag*-nya tidak keluar dari garis batas, maka disimpulkan tidak terjadi otokorelasi dari residualnya.

Cara kedua dengan menggunakan statistik uji *Durbin Watson* yang dinotasikan sebagai:

$$d = \frac{\sum_{t=2}^n (e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=2}^n e_t^2} \quad (2.18)$$

Dimana d adalah nilai *Durbin Watson*, e_t adalah *error* pada t , dan e_{t-1} adalah *error* pada satu *lag* sebelumnya. Nilai d berkisar antara 0 sampai 4. Secara intuitif dapat dilihat jika terdapat otokorelasi positif, maka nilai-nilai dari *error* yang berurutan akan mendekati satusama lain, yaitu nilai positif e_t akan diikuti oleh nilai positif dari $e_t + 1$. Hal ini berarti komponen pada pembilang dari statistik- d akan relatif kecil. Oleh karena itu dapat diperkirakan bahwa otokorelasi positif akan menghasilkan nilai yang kecil bagi d . Sebaliknya, otokorelasi negatif akan cenderung memperbesar selisih diantara nilai *error* yang berurutan. Otokorelasi negatif ini ditandai oleh nilai d yang besar.

2.8.3 Asumsi Homokedastisitas

Asumsi ini juga bisa disebut dengan asumsi kesamaan varians (homogenitas varians), artinya varians setiap residual ε_i adalah sama untuk seluruh nilai-nilai dari variabel bebas. Pernyataan tersebut bila dinotasikan menjadi: $Var(\varepsilon_i) = \sigma^2$, untuk $i = 1, 2, \dots, n$; Untuk menguji homokedastisitas salah satu metode yang digunakan adalah uji Park.

Uji Park mengusulkan adanya suatu bentuk fungsi spesifik diantara $\sigma_{\varepsilon_i}^2$ dan variabel bebas untuk menyelidiki adanya heterogenitas. Persamaannya adalah:

$$\ln \varepsilon_i^2 = \alpha + \beta_1 \ln X_1 + \beta_2 \ln X_2 + \dots + \beta_i \ln X_i + v_i \quad (2.19)$$

Hipotesis yang digunakan adalah

$$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_p = 0$$

$$H_1 : \beta_i \neq 0 \quad i = 1, 2, 3, \dots, p$$

Jika koefisien regresi (β) signifikan secara statistik, maka diartikan terdapat heteroskedastisitas dalam data, demikian juga sebaliknya, bila (β) tidak signifikan artinya ada kesamaan varians dari residual (homoskedastisitas).

2.8.4 Asumsi Tidak Ada Multikolinearity.

Ada beberapa cara untuk mendeteksi adanya *multikolinearity* (hubungan linier antara variabel independen). Diantaranya adalah:

1. *Variance Inflation Factor* (VIF) yang tinggi, biasanya >10
2. korelasi antar variabel independen yang tinggi
3. Koefisien determinasi (R^2) tinggi tetapi tidak ada variabel independen yang signifikan.
4. Koefisien korelasi dan koefisien regresi berbeda tanda.

Untuk mengatasinya salah satu cara yang dilakukan adalah dengan menggunakan metode *Stepwise*, *Forward*, dan *Backward*. Prinsipnya ialah dengan mengeluarkan salah satu variabel independen yang berkorelasi tinggi dengan variabel independen yang lain secara bertahap.

2.9 GeoDa

SPSS, SAS, Minitab, Eviews, LISREAL, dan program-R adalah beberapa program yang digunakan untuk membantu perhitungan dalam bidang statistika. Program – program tersebut berfungsi untuk membantu dalam memproses data secara tepat dan cepat. Selain program tersebut terdapat program statistika bernama GeoDa yang khusus digunakan untuk regresi spasial. Bentuk program GeoDa sama seperti SPSS yang mampu memberikan kemudahan penerapan, kecepatan proses analisis, serta ketepatan hasil.

GeoDa adalah program yang digunakan untuk melakukan analisis data spasial, *geovisualization*, autokorelasi spasial dan pemodelan spasial berbentuk *free lisencc* sehingga bebas untuk digunakan siapapun tanpa dipungut biaya [11].

Program Geoda dapat digunakan di beberapa sistem operasi yang berbeda yaitu *Windows* (XP, Vista, dan 7), *Mac OS*, dan *Linux*. Fungsi GeoDa diklasifikasikan menjadi 6 kategori yaitu analisis spasial, eksplorasi data, *mapping*, analisis multivariat, autokorelasi spasial, dan regresi spasial. Selain itu GeoDa juga

dapat melakukan perhitungan regresi linear klasik. Metode regresi spasial yang terdapat pada GeoDa yaitu metode *spatial autoregressive* dan *spatial error* dengan menggunakan estimasi maksimum likelihood [12].

BAB III

METODE PENELITIAN

Langkah-langkah sistematis yang dilakukan dalam proses pengerjaan tugas akhir, yaitu sebagai berikut :

1. Studi literatur
Pada tahap ini dilakukan pengumpulan teori-teori pendukung yang dapat menunjang penulisan tugas akhir ini, yaitu mengenai model regresi, uji efek spasial dan dependensi spasial, *spatial autoregressive model*, *spatial error model*, dan Matriks pembobot spasial.
2. Menetapkan objek penelitian
Pada tahap ini ditetapkan objek yang diteliti pada tugas akhir ini.
3. Menetapkan variabel dependen dan variabel bebas
Pada tahap ini ditetapkan variabel-variabel yang digunakan dalam penelitian, yang meliputi: jumlah persediaan suku cadang mesin ATM (variabel dependen) dan faktor-faktor yang mempengaruhinya (variabel bebas)
4. Memodelkan variabel dengan regresi linear
Pada tahap ini dilakukan pemodelan jumlah persediaan suku cadang dengan regresi linear, kemudian melakukan uji bersama dan parsial terhadap parameter model
5. Menguji efek spasial
Pada tahap ini dilakukan pengujian adanya efek spasial yaitu: untuk heterogenitas spasial digunakan uji *breusch-pagan test*, sedangkan untuk dependensi spasial digunakan metode *Moran's I* dan *Lagrange Multiplier ts* (LM-tes)
6. Memodelkan variabel dengan regresi spasial
Pada tahap ini dilakukan pemodelan jumlah persediaan suku cadang menggunakan regresi spasial, namun sebelum dilakukan pemodelan terlebih dulu dilakukan penetapan matriks pembobot spasial.

7. Mengestimasi parameter regresi
Pada tahapan ini dilakukan estimasi parameter regresi dengan menggunakan *Maximum likelihood estimation*.
8. Menetapkan model terbaik
Pada tahapan ini dilakukan analisa terhadap parameter-parameter pada model regresi sehingga dapat dilakukan pemilihan model terbaik. Dari beberapa model yang terbentuk, dihitung nilai koefisien determinasi (R^2) dan AIC (*Akaike's Information Criterion*). Model yang dipilih adalah model dengan nilai R^2 terbesar dan AIC terkecil.
9. Menarik kesimpulan dan menyusun laporan tugas akhir.
Pada tahapan ini, dilakukan penarikan kesimpulan dari hasil pembahasan yang telah dilakukan, selanjutnya dilakukan penyusunan laporan tugas akhir.

BAB IV ANALISIS DAN PEMBAHASAN

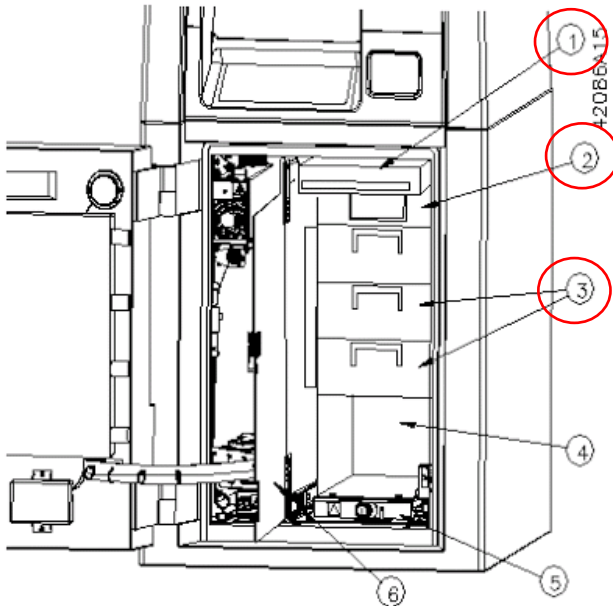
Pada bagian ini dibahas mengenai model yang menjelaskan hubungan antara jumlah persediaan dan faktor-faktor yang mempengaruhinya dengan pendekatan regresi spasial

4.1 Objek Penelitian

Pada bagian ini dijelaskan mengenai gambaran objek penelitian dan variabel-variabel yang digunakan dalam penelitian

4.1.1 Gambaran Objek Penelitian

Pada tugas akhir ini objek yg diteliti yaitu suku cadang mesin ATM jenis NCR SS22E, dengan modul yang diteliti yaitu 3 modul yang sering mengalami kerusakan yaitu: *Presenter modul*, *Pick modul*, *Cassete modul*. Pada gambar 4.1 di perlihatkan objek penelitian.



Gambar 4. 1 Bagian dalam sisi bawah mesin ATM

1. *Presenter modul* (modul yang merilis/ mengeluarkan uang)
Presernter berfungsi menghantarkan uang, mendeteksi uang (terjadi uang *double* atau tidak secara otomatis) melalui sensor deteksi yang disebut LVDT (*linear variable differential thicknes*)



Gambar 4. 2 *Presenter modul*

2. *Pick modul* (Modul pemetik uang)
Pick modul berfungsi sebagai pemetik uang dari *Cassette* kemudian didistribusikan ke presenter melalui *belt vertical*, kemudian disalurkan ke *Pick line* yang di ujungnya terdapat sebuah *cup vacuum* (*seal* pemetik)



Gambar 4. 3 *Pick modul* (dari depan dan samping)

3. *Cassette modul* (modul penyimpanan uang)

Cassette modul adalah bagian dimana uang kertas disimpan. *Cassette modul* adalah sarana penyimpanan yang kapasitasnya kurang lebih 2000 sampai dengan 2300 lembar per *cassette* tergantung ketebalan mata uangnya



Gambar 4.4 *Cassette modul*

4.1.2 Deskripsi Variabel

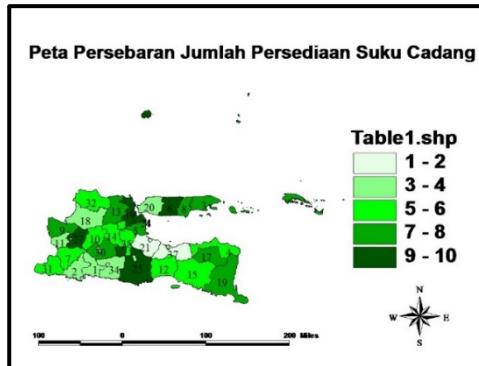
Pada penelitian ini variabel yang digunakan adalah variabel bergantung dan variabel bebas. Data yang digunakan pada penelitian ini dapat dilihat pada lampiran A. Variabel bergantung (y) yang digunakan adalah jumlah persediaan suku cadang dari 3 modul yang telah disebutkan sebelumnya yaitu *Cassette modul*, *Presenter modul*, dan *Pick modul* dimana untuk setiap daerah (kabupaten/kota) terdapat 5-10 mesin ATM yang dijadikan objek penelitian sedangkan variabel bebas (X_i) yaitu faktor-faktor yang mempengaruhi variabel bergantung yang dijelaskan pada tabel 4.1.

Tabel 4.1 Variabel-Variabel Pengaruh

Kode	Variabel	Keterangan
X_1	Jumlah kerusakan Suku cadang	Jumlah kerusakan suku cadang terhadap 1000 kali transaksi
X_2	Harga suku cadang	Harga suku cadang terhadap total <i>budget</i> .
X_3	<i>Lifetime</i> suku cadang	<i>Lifetime</i> suku cadang terhadap 1000 kali transaksi
X_4	Perawatan mesin	Jumlah perawatan mesin dalam 1000 kalitransaksi
X_5	Jumlah pengiriman	Jumlah pengiriman suku cadang terhadap total pengiriman

1. Persebaran jumlah persediaan Suku cadang

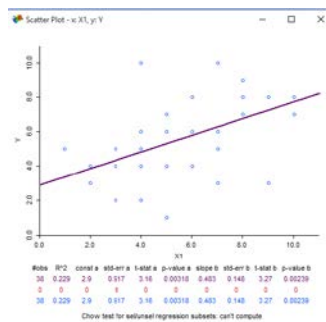
Persebaran dari alokasi persediaan suku cadang (y) pada *Warehouse* yang tersebar di 38 kabupaten/kota di Jawa Timur dengan data dapat dilihat pada lampiran A dijelaskan pada gambar 4.5. Degradasi warna menunjukkan besarnya nilai dari alokasi persediaan suku cadang. Semakin gelap warna hijau maka semakin besar jumlah persediaan suku cadang, sebaliknya semakin terang warna hijau maka semakin rendah jumlah persediaan suku cadang. Ternyata daerah-daerah yang berdekatan cenderung mempunyai jumlah persediaan suku cadang yang relative sama. Sehingga nampak terjadi pengelompokan–pengelompokan wilayah berdasarkan nialinya.



Gambar 4.5 Peta persebaran jumlah persediaan suku cadang

2. Pola hubungan jumlah persediaan suku cadang terhadap jumlah kerusakan suku cadang

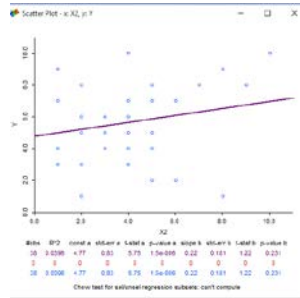
Dapat dilihat pada gambar 4.6 bahwa hubungan antara variabel jumlah persediaan (y) dengan jumlah kerusakan suku cadang (X_1) pada data lampiran A adalah hubungan yang menunjukkan hubungan positif. Semakin tinggi jumlah kerusakan suku cadang X_1 semakin tinggi jumlah persediaan (y) juga semakin tinggi. Hal ini ditunjukkan dengan garis linier pada grafik yang meningkat.



Gambar 4.6 Pola hubungan y dan X_1

3. Pola hubungan jumlah persediaan (y) terhadap harga suku cadang (X_2)

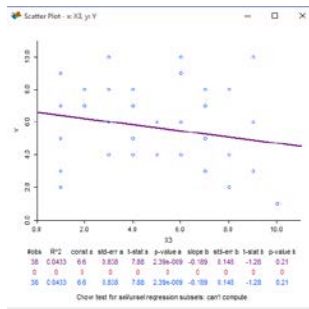
Dapat dilihat pada gambar 4.7 bahwa hubungan antara variabel jumlah persediaan (y) dengan harga suku cadang(X_2) pada data lampiran A adalah hubungan yang menunjukkan hubungan positif. Semakin tinggi harga suku cadang(X_2) maka jumlah persediaan (y) juga semakin tinggi. Hal ini ditunjukkan dengan garis linier pada grafik yang meningkat.



Gambar 4.7 Pola hubungan y dan X_2

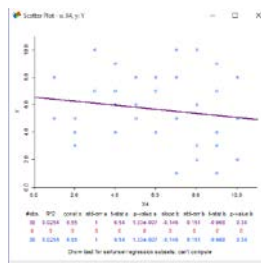
4. Pola Hubungan jumlah persediaan(y) dengan *lifetime* suku cadan(X_3)

Dapat dilihat pada gambar 4.8 bahwa hubungan antara variabel jumlah persediaan (y) dengan jumlah kerusakan suku cadang(X_3) pada data lampiran A adalah hubungan yang menunjukkan hubungan negatif. semakin tinggi *lifetime* suku cadan(X_3) maka jumlah persediaan suku cadang(y) semakin turun. Hal ini ditunjukkan dengan garis linier pada grafik yang menurun.

Gambar 4.8 Pola hubungan y dan X_3

5. Pola Hubungan jumlah persediaan(y) dengan jumlah perawatan mesin(X_4)

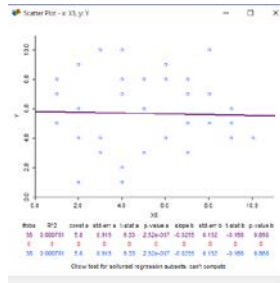
Dapat dilihat pada gambar 4.5 bahwa hubungan antara variabel jumlah persediaan (y) dengan jumlah perawatan mesin (X_4) pada data lampiran A adalah hubungan yang menunjukkan hubungan negatif. Semakin tinggi jumlah perawatan mesin(X_4) maka jumlah persediaan(y) cenderung semakin turun. Hal ini ditunjukkan dengan garis linier pada grafik yang menurun.

Gambar 4.9 Pola hubungan y dan X_4

6. Pola Hubungan jumlah persediaan(y) dengan jumlah pengiriman(X_5)

Dapat dilihat pada gambar 4.6 bahwa hubungan antara variabel jumlah persediaan (y) dengan jumlah pengiriman(X_5) pada data lampiran A adalah hubungan yang menunjukkan hubungan negatif. Semakin tinggi X_5 maka y cenderung semakin

turun. Hal ini ditunjukkan dengan garis linier pada grafik yang relative menurun..



Gambar 4.10 Pola hubungan y dan X_5

4.2 Model Regresi Serentak Jumlah Persediaan Metode OLS

Berdasarkan hasil pengolahan data jumlah persediaan suku cadang pada lampiran A dan faktor-faktor yang mempengaruhinya dengan metode *ordinary least square* menggunakan bantuan *software* GeoDa didapatkan model serentak sebagai berikut:

$$y = 4,25604 + 0,517483X_1 + 0,258201X_2 - 0,319742X_3 - 0,0030616X_4 - 0,312632X_5 + \varepsilon$$

Selanjutnya dilakukan uji bersama dan parsial terhadap parameter dari model yang telah dibentuk.

1. Uji Parameter Bersama (Uji F)

Pada hasil pengolahan data diperoleh F hitung sebesar 3,70216 dengan p -value F sebesar 0,012 Nilai p -value F lebih kecil daripada α yang ditetapkan yaitu 5% (0,05) maka disimpulkan variabel-variabel prediktor secara bersama-sama berpengaruh terhadap variabel respon.

2. Uji Parameter Parsial

Hasil output regresi klasik, dapat dilihat pada lampiran D. menunjukkan variabel yang signifikan yaitu X_1 yaitu jumlah kerusakan suku cadang dan X_3 yaitulifetime suku cadang, hal ini dapat dilihat dari p -value yang kurang dari 0,05.

Selanjutnya dilakukan pengujian lebih lanjut apakah ada tidaknya pelanggaran asumsi pada model.

Uji homoskedastisitas untuk mengetahui apakah residual mempunyai varians yang sama (homokedastisitas). Untuk mengujinya digunakan *breusch-pagan Test*, Hipotesis yang diterapkan adalah:

$$H_0: \sigma_i^2 = \sigma^2 \quad i = 1, 2, \dots, n \text{ (mempunyai varians yang sama)}$$

$$H_1: \sigma_i^2 \neq \sigma^2 \quad i = 1, 2, \dots, n$$

Dapat dilihat pada Tabel 4.2 dengan bantuan software didapatkan nilai *breusch-pagan Test* adalah 4,0268 dengan *p-value* 0.54556.

Didapatkan hasil *Breusch-Pagan Test* sebesar 0,53487 dari hasil tersebut Nilai *p-value* dari *breusch-pagan test* lebih dari *error* yang ditetapkan ($\alpha = 5\%$) sehingga gagal menolak H_0 , artinya semua model OLS tersebut mempunyai kesamaan varians (homokedastisitas).

Dengan menggunakan uji *White's test* dimana memiliki hipotesis sebagai berikut.

$$H_0: \sigma_1^2 = \sigma^2$$

$$H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma^2$$

Didapatkan kesimpulan yang serupa nilai *p-value* yang didapat sebesar 0,54754 sehingga Hasil yang didapatkan juga sejalan dengan uji *Breusch-Pagan test*, yaitu semua model gagal menolak H_0 .

Dengan cara melihat nilai dari statistik uji *Durbin Watson*. terlihat nilai *Durbin Watson* dari model OLS sebesar 1,37719, untuk jumlah amatan (n) = 38 dan jumlah variabel *independent* (k) = 5 didapatkan nilai *Durbin Upper* (DU) = 1,792 dan *Durbin Lower* (DL) = 1,204. Karena nilai DW berada diantara nilai DL dan DU maka pengujian tidak menghasilkan kesimpulan yang pasti, untuk itu digunakan cara lain untuk melihat autokorelasi

residu yaitu dengan cara melihat plot grafik ACF (*Autocorelation function*) hasilnya dapat dilihat pada lampiran E bahwa pada residual regresi linear tidak terdapat lag *error* yang keluar dari garis signifikansi, sehingga dapat disimpulkan bahwa model terbebas dari autokorelasi.

Uji normalitas dari residual digunakan metode *Kolmogorov-Smirnov* (KS). Hasil pengolahan didapatkan nilai KS sebesar 0,085 dengan *p-value* lebih dari 0,15, dengan demikian dapat disimpulkan bahwa semua model memiliki residual berdistribusi normal.

Pada uji asumsi regresi klasik ditemukan pelanggaran terhadap asumsi Identik, Independen dan Distribusi Normal (IIDN) karena nilai sisa (residu) berkorelasi.

Tabel 4.2 Hasil Uji Residual

Uji	Nilai	<i>p-value</i>
<i>Breusch-Pagan Test</i>	4,1017	0,53487
<i>White's test</i>	18,6061	0,54754
<i>Durbin Watson</i>	1,37719	
<i>Kolmogorov-Smirnov</i>	0,085	>0,150

4.3 Pemodelan Spasial

Sebelum memodelkan jumlah persediaan menggunakan regresi spasial terlebih dahulu dilakukan identifikasi efek spasial dan juga pembobotan spasial.

4.3.1 Identifikasi Efek Spasial

Pada tahap ini dilakukan pengujian adanya efek spasial yaitu pengujian indeks moran dan *Lagrange multiplier-test*

1. Indeks moran

Perhitungan Indeks Moran dilakukan pada jumlah persediaan suku cadang (*y*) dengan data dapat dilihat pada lampiran A,

Perhitungan Indeks Moran adalah sebagai berikut:

$$I = \frac{n \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n W_{ij} (y_i - \bar{y})(y_j - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} = 0,208132$$

dimana:

I : indeks moran

n : banyaknya amatan

W_{ij} : bobot dari kota ke i dengan kota ke j (dapat dilihat pada lampiran C) yang telah terstandarisasi.

y_i : jumlah persediaan kota ke i

\bar{y} : rata-rata jumlah persediaan

Pada uji signifikansi digunakan pendekatan normal untuk mengetahui apakah terdapat autokorelasi spasial atau tidak.

Uji hipotesisnya adalah sebagai berikut:

i. H_0 : Tidak terdapat autokorelasi spasial

H_1 : Terdapat autokorelasi spasial

ii. Tingkat signifikansi $\alpha = 5\%$

iii. Statistik uji

$$S_0 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n W_{ij} = 38$$

$$S_1 = \frac{1}{2} \sum_{i \neq j}^n (W_{ij} + W_{ji})^2 = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{3} \right)^2 + \dots + \left(\frac{1}{6} + 1 \right)^2 \right]$$

$$S_1 = \frac{1}{2} (28,052051) = 14,026$$

$$S_2 = \sum_{i=1}^n \left(\sum_{j=1}^n W_{ij} + \sum_{j=1}^n W_{ji} \right)^2 = \left[\left(1 + \frac{6}{7} \right)^2 + \dots + \left(1 + \frac{1}{6} \right)^2 \right]$$

$$S_2 = 166,458$$

$$E(I) = -\frac{1}{38-1} = -\frac{1}{37} = -0,02703$$

$$\text{var}(I) = \frac{n^2 S_1 - n S_2 - 3 S_0^2}{(n^2 - 1) S_0^2} - [E(I)]^2$$

$$\text{var}(I) = \frac{(38)^2(14,026) - 38(166,458) - 3(38)^2}{(35^2 - 1)(35)^2} - (-0,02703)^2$$

$$\text{var}(I) = \frac{9596,14}{2083692} - 0,000731$$

$$\text{var}(I) = 0,004$$

$$Z = \frac{|I - E(I)|}{\sqrt{\text{var}(I)}} = 3,7182376956$$

iv. Kriteria Uji

Tolak H_0 pada taraf signifikansi α jika $Z_{hitung} > Z_{\alpha/2}$
dengan $Z_{0,025} = 1,960$

v. Dari hasil perhitungan didapatkan:

$Z_{hitung} = 3,7182376956$ maka $Z_{hitung} > Z_{0,025}$ Sehingga H_0 ditolak menunjukkan terdapat autokorelasi spasial.

Dari pengujian Indeks Moran diperoleh kesimpulan bahwa pada taraf signifikansi 5% dinyatakan terdapat autokorelasi spasial terhadap jumlah persediaan suku cadang sebesar 0,208132 berada pada rentang $0 < I \leq 1$ dan menunjukkan adanya autokorelasi spasial positif, berarti disimpulkan bahwa antar *warehouse* satu dengan yang lainnya mempunyai kemiripan nilai dari lokasi-lokasi yang berdekatan dan cenderung berkelompok.

Adapun dampak dari adanya autokorelasi dalam model regresi adalah sama dengan dampak dari heteroskedastisitas, yaitu walaupun estimator OLS masih linier dan tidak bias, tetapi tidak lagi mempunyai variansi yang minimum dan menyebabkan perhitungan *standard error* metode OLS tidak

bisa dipercaya kebenarannya. Selain itu interval estimasi maupun pengujian hipotesis yang didasarkan pada distribusi t maupun F tidak bisa lagi dipercaya untuk evaluasi hasil regresi.

2. *Lagrange Multiplier Test*

Untuk menguji adanya dependensi spasial antar wilayah digunakan uji *Lagrange Multiplier*.

a. Diagnosis Dependensi lag

Uji *Lagrange Multiplier-Lag* bertujuan untuk identifikasi adanya keterkaitan antar wilayah. Hipotesis yang diajukan adalah:

Ho: $\rho = 0$ (tidak ada dependensi spasial lag)

Hi : $\rho \neq 0$ (ada dependensi spasial lag)

Statistik Uji (Anselin,1988):

$$LM_{lag} = \frac{\left(\frac{\varepsilon^T W y}{s^2} \right)}{\left(\frac{(W X \beta)^T M (W X \beta) + T s^2}{s^2} \right)}$$

dengan:

$$M: I - X(X^T X)^{-1} X^T$$

$$T = tr((W^T + W)W)$$

$$s^2 = \frac{\varepsilon^T \varepsilon}{n}$$

Keterangan:

X : Matriks variabel dependen berukuran $n \times k$

W : Matriks pembobot spasial (pada lampiran C) berukuran $n \times n$

ε : Vektor *error*

y :Matriks jumlah persediaan suku cadang berukuran $n \times 1$ (data pada lampiran A)

Kriteria keputusan yaitu H_0 ditolak jika $LM_{lag} > \chi^2_{\alpha,1}$ atau $p\text{-value} < \alpha$ artinya terjadi dependensi *spatial lag*.

Dapat dilihat pada table 4.3 diperoleh nilai $p\text{-value}$ LM-lag Persediaan suku cadang sebesar 0,02513 Karena nilai tersebut kurang dari α yang ditetapkan ($\alpha = 5\%$), maka disimpulkan tolak H_0 , artinya memang terjadi dependensi *spatial lag*, sehingga perlu dilanjutkan ke pembuatan *Spatial Lag Model/ Spatial Autoregressivemodel*.

b. Diagnosis Dependensi *Error*

Lagrange Multiplier Error bisa mendiagnosis fenomena dependensi/keterkaitan *error* antar wilayah. Hipotesis yang diajukan adalah:

$H_0: \lambda = 0$ (tidak ada dependensi spasial *error*)

$H_1: \lambda \neq 0$ (ada dependensi spasial *error*)

Statistik uji:

$$LM_{error} = \frac{\left(\frac{\varepsilon^T W \varepsilon}{s^2} \right)}{T}$$

dimana:

$$T = \text{tr}((W^T + W)W)$$

Kriteria keputusan yaitu H_0 ditolak jika $LM_{error} > \chi^2_{\alpha,1}$ atau $p\text{-value} < \alpha$ artinya ada dependensi *spatial error*.

Dapat dilihat pada table 4.3 diperoleh nilai $p\text{-value}$ LM-error persediaan suku cadang sebesar 0,02916. Karena nilai tersebut kurang dari α yang ditetapkan ($\alpha = 5\%$), maka disimpulkan tolak H_0 , artinya terdapat dependensi *spatial error*. Hal ini memungkinkan untuk melanjutkan model dengan regresi *Spatial Error Model* (SEM).

c. Diagnosis Dependensi *Lag-Error*

Lagrange Multiplier Lag-Error dapat mendiagnosis dependensi/keterkaitan lag sekaligus *error* antar wilayah. Hipotesis yang diajukan adalah:

$H_0: \rho, \lambda = 0$ (tidak ada dependensi spasial campuran)

$H_1: \rho, \lambda \neq 0$ (ada dependensi spasial campuran)

Hasil dari analisa data diperoleh nilai *p-value LM*-campuran persediaan suku cadang sebesar 0,07449. Karena nilai tersebut lebih dari *error* yang ditetapkan ($\alpha = 5\%$), maka disimpulkan gagal tolak H_0 , artinya tidak terdapat dependensi spasial campuran. Maka tidak direkomendasikan untuk melanjutkan model dengan regresi *Spatial Autoregressive Moving Average* (SARMA)

Pada tabel 4.3 dipaparkan hasil uji *Lagrange multiplier test* yang dilakukan dengan bantuan software Geoda

Tabel 4.3 Hasil Uji *Lagrange Multiplier*

No	<i>Uji Spatial Dependence</i>	Nilai	<i>p-value</i>	Kesimpulan
1	<i>Lagrange Multiplier (lag)</i>	5,0149	0,02513	Tolak Ho
2	<i>Lagrange Multiplier (error)</i>	4,7582	0,02916	Tolak Ho
3	<i>Lagrange Multiplier (SARMA)</i>	5,1941	0,07449	Terima Ho

4.3.2 Matriks Pembobot Spasial

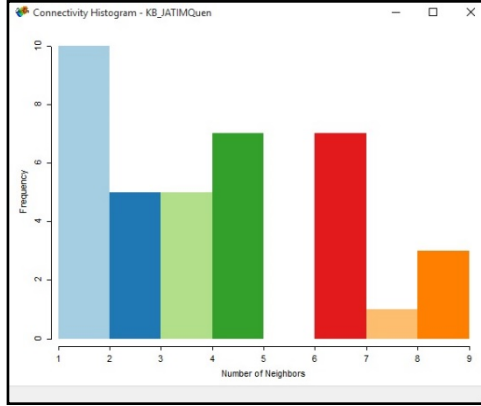
Peta lokasi merupakan komponen utama agar dapat dilakukan analisis autokorelasi spasial. Peta lokasi digunakan untuk meentukan adanya hubungan ketetanggaan antar kabupaten/kota di jawa timur.

Dapat dilihat pada lampiran B terdapat 38 kabupaten/kota sehingga matriks pembobot spasial berukuran 38x38. Dalam penellitin ini metode pembobotan matriks yang digunakan adalah *Queen contiguity* dan cara memperoleh matriks pemobot spasial berdasarkan *standardize contigity matrix W*. Matriks ini diperoleh dengan cara memberikan nilai atau bobot yang sama rata terhadap tetangga lokasi terdekat dan lokasi yang lain diberi bobot nol. Dari aplikasi *GeoDa* dapat diketahui jumlah tetangga yang dimiliki oleh masing-masing kabupaten/kota. Daerah tetangga adalah daerah yang wilayahnya saling bersinggungan/berbatasan langsung sesuai dengan ketentuan *queen contiguity*.

Hasil dari grafik pada gambar 4.11menerangkan bahwa kabupaten/kota yang mempunyai batas lokasi (tetangga) terbanyak adalah Kabupaten Malang, Kota Kediri, dan Kabupaten Mojokerto yaitu sebanyak 8 tetangga. Selanjutnya kabupaten/kota yang mempunyai batas lokasi (tetangga) paling sedikit adalah Kab. Sumenep, Kab. Bangkalan, Kota Pasuruan, Kota Malang, Kota Madiun, Kab. Blitar, Koto Mojokerto, dan Kota Probolinggo yaitu sebanyak 1 tetangga.

Pada pembobot yang menggunakan persinggungan sisi sudut (*Queen Contiguity*) lokasi yang bersisian (*common side*) atau titik sudutnya (*common vertex*) bertemu dengan lokasi yang

menjadi perhatian diberi pembobotan $W_{ij} = 1$, sedangkan untuk lokasi lainnya adalah $W_{ij} = 0$. Untuk hasil matriks pembobot spasial disertakan pada lampiran C dengan kedekatan antar lokasi dijelaskan pada lampiran B.



Gambar 4.11 Histogram Ketetanggaan

4.3.3 Estimasi Parameter SAR

1. Estimasi Parameter β model SAR (*Spatial Autoregressive*)

Estimasi parameter model SAR dilakukan dengan menggunakan metode maksimum *likelihood* (MLE). Inti dari metode ini adalah mencari statistik yang memaksimalkan fungsi *likelihood* yang dibentuk melalui ε pada model SAR diasumsikan $\varepsilon \sim N(0, \sigma^2 I_n)$. Sehingga berdasarkan asumsi tersebut $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$ dimana ε_i adalah *error* pada lokasi i .

Fungsi peluang bersama dari ε_i [10]:

$$f(\varepsilon_i) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\varepsilon_i^2}{2\sigma^2}}, -\infty < \varepsilon_i < \infty; i = 1, 2, \dots, n \quad (4.1)$$

Fungsi peluang bersama, dari n peubah acak $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n$ adalah:

$$\begin{aligned} f(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n) &= f(\varepsilon_1) f(\varepsilon_2) \dots f(\varepsilon_n) \\ &= \left(\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\varepsilon_1^2}{2\sigma^2}} \right) \left(\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\varepsilon_2^2}{2\sigma^2}} \right) \dots \left(\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\varepsilon_n^2}{2\sigma^2}} \right) \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{(2\pi)^{\frac{n}{2}} \sigma^n} e^{\left[\frac{\sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2}{2\sigma^2} \right]}$$

$$= \frac{1}{(2\pi)^{\frac{n}{2}} \sigma^n} e^{\left[-\frac{\varepsilon^T \varepsilon}{2\sigma^2} \right]}$$

Fungsi peluang bersama dari variabel respon Y diperoleh dengan mentransformasi persamaan (2.4) sebagai berikut:

$$y = \rho W_1 y + X\beta + \varepsilon$$

$$\varepsilon = y - \rho W_1 y - X\beta$$

$$\varepsilon = (I - \rho W_1)y - X\beta$$

Dengan $J = \left| \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right| = |I - \rho W_1|$, sehingga diperoleh fungsi PDF bersama dari Y_1, Y_2, \dots, Y_n yaitu:

$$f(y_1, y_2, \dots, y_n) = f(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n) |J|$$

$$= \frac{1}{(2\pi)^{n/2} \sigma^n} e^{\left[\frac{(Y - \rho WY - X\beta)^T (Y - \rho WY - X\beta)}{2\sigma^2} \right]} \left[\frac{\partial \varepsilon}{\partial Y} \right]$$

$$= \frac{|I - \rho W|}{(2\pi)^{n/2} \sigma^n} e^{\left[\frac{(Y - \rho WY - X\beta)^T (Y - \rho WY - X\beta)}{2\sigma^2} \right]}, -\infty < y_i < \infty$$

Sehingga fungsi *likelihood* dari variabel Y adalah

$$L(\beta, \rho, \sigma^2; y_1, y_2, \dots, y_n) = \frac{|I - \rho W|}{(2\pi)^{n/2} \sigma^n} e^{\left[\frac{(Y - \rho WY - X\beta)^T (Y - \rho WY - X\beta)}{2\sigma^2} \right]} \quad (4.2)$$

Logaritma natural dari persamaan (4.2) yaitu:

$$\ln L(\beta, \rho, \sigma^2; y_1, y_2, \dots)$$

$$= \ln \left(\frac{1}{(2\pi)^{n/2} \sigma^n} e^{\left[\frac{(Y - \rho WY - X\beta)^T (Y - \rho WY - X\beta)}{2\sigma^2} \right]} |I - \rho W| \right)$$

$$= -\frac{n}{2} \ln(2\pi) - \frac{n}{2} \ln \sigma^2 + \ln |I - \rho W| - \frac{(Y - \rho WY - X\beta)^T (Y - \rho WY - X\beta)}{2\sigma^2} \quad (4.3)$$

Kemudian dengan menurunkan fungsi logaritma natural *likelihood* pada persamaan (4.3)

$$\frac{\partial(\ln L)}{\partial \beta} = 0$$

$$\frac{\partial \left(\frac{(Y - \rho WY - X\beta)^T (Y - \rho WY - X\beta)}{2\sigma^2} \right)}{\partial \beta} = 0 \quad (4.4)$$

$$\text{Dimisalkan } s(\beta) = (Y - \rho WY - X\beta)^T (Y - \rho WY - X\beta)$$

$$s(\beta) = (Y - \rho WY)^T (Y - \rho WY) - \beta^T X^T (Y - \rho WY) - (Y - \rho WY)^T X + \beta^T X^T X \beta$$

Karena matriks $\beta^T X^T (Y - \rho WY)$ berukuran 1×1 dan $\beta^T X^T (Y - \rho WY)^T = (Y - \rho WY)^T X \beta$ menghasilkan nilai skalar yang sama, maka

$$s(\beta) = (Y - \rho WY)^T (Y - \rho WY) - 2\beta^T X^T (Y - \rho WY) + \beta^T X^T X \beta$$

Sehingga diperoleh:

$$\frac{\partial \left(\frac{(Y - \rho WY)^T (Y - \rho WY) - 2\beta^T X^T (Y - \rho WY) + \beta^T X^T X \beta}{2\sigma^2} \right)}{\partial \beta} = 0$$

$$\frac{-2X^T (Y - \rho WY) + 2X^T X \hat{\beta}}{2\sigma^2} = 0$$

$$X^T X \hat{\beta} = X^T (Y - \rho WY)$$

$$\hat{\beta} = (X^T X)^{-1} X^T (I - \rho W) Y \quad (4.5)$$

Sehingga didapat $\hat{\beta}$ adalah estimator untuk β

2. Estimasi parameter ρ Model SAR

Estimasi parameter $\hat{\rho}$ menggunakan optimalisasi fungsi persamaan (4.3)

$$\begin{aligned}
f(\rho) &= -\frac{n}{2} \ln(2\pi) - \frac{n}{2} \ln \sigma^2 \\
&\quad + \ln|I - \rho W| - \frac{(Y - \rho WY - X\beta)^T (Y - \rho WY - X\beta)}{2\sigma^2} \\
&= -\frac{n}{2} \ln(2\pi) - \frac{n}{2} \ln \frac{(Y - \rho WY - X\beta)^T (Y - \rho WY - X\beta)}{n} \\
&\quad + \ln|I - \rho WY| - \frac{(Y - \rho WY - X\beta)^T (Y - \rho WY - X\beta)}{2 \frac{(Y - \rho WY - X\beta)^T (Y - \rho WY - X\beta)}{n}} \\
&= -\frac{n}{2} \ln(2\pi) - \frac{n}{2} \ln((Y - \rho WY - X\beta)^T (Y - \rho WY - X\beta)) \\
&\quad + \frac{n}{2} \ln n + \ln|I - \rho W| - \frac{n}{2} \\
&= C - \frac{n}{2} \ln((Y - \rho WY - X\beta)^T (Y - \rho WY - X\beta)) + \ln|I - \rho W| \\
&= C - \frac{n}{2} \ln \ln \left((Y - \rho WY - X(\beta_{ols} - \rho\beta_{lag}))^T (Y - \rho WY - X(\beta_{ols} \right. \\
&\quad \left. - \rho\beta_{lag})) \right) + \ln|I - \rho W| \\
&= C - \frac{n}{2} \ln \left((\varepsilon_{ols} - \rho\varepsilon_{lag})^T (\varepsilon_{ols} - \rho\varepsilon_{lag}) \right) + \ln|I - \rho W| \tag{4.6}
\end{aligned}$$

Dengan:

$$C = -\frac{n}{2} \ln(2\pi) - \frac{n}{2} \ln(n) - \frac{n}{2}$$

$$\varepsilon_{ols} = Y - X\beta_{ols}$$

$$\varepsilon_{lag} = Y - X\beta_{lag}$$

$$\beta_{ols} = (X^T X)^{-1} X^T Y$$

$$\beta_{lag} = (X^T X)^{-1} X^T WY$$

Dengan menghitung nilai pada persamaan (4.6) diperoleh $\hat{\rho}$ yaitu taksiran dari ρ yang memaksimalkan fungsi *likelihood* tersebut.

4.3.4 Spatial Autoregressive Model (SAR)

Berdasarkan uji *lagrange multiplier* yang telah dilakukan terhadap jumlah persediaan suku cadang dengan mendeteksi adanya dependensi spasial dalam hal lagmaka diperlukan untuk melanjutkan dengan model *spatial Autoregressive*.

Pemodelan SAR dengan nilai $\rho = 0,280353$ dan nilai estimasi parameter dapat dilihat pada Tabel 4.4 untuk jumlah persediaan suku cadang adalah sebagai berikut

$$y_i = 0,75302 - 0,280353 \sum_{j=1, i \neq j}^n w_{ij} y_j + 0,564345 X_{1i} - 0,31562 X_{3i} + \varepsilon$$

dimana:

y_i : Jumlah persediaan suku cadang di kabupaten/kota ke-i

X_{1i} : Jumlah kerusakan di kabupaten/kota ke-i

X_{3i} : *Lifetime* suku cadang di kabupaten/kota ke-i

W_{ij} : Matriks penimbang spasial

ε_i : Residual dari kabupaten/kota ke-i

Tabel 4.4 Estimasi Parameter SAR

Variabel	Coef	Z	P-Value
Constant	0,75302	0,35598	0,72186
ρ	0.280353	1,88176	0,04987
X_1	0,564345	4,38708	0,00001
X_2	0,248563	1,55944	0,11889
X_3	-0,31562	-2,71211	0,00669
X_4	0,0689011	0,539524	0,58953
X_5	0,0370576	0,270339	0,78690

Secara umum, model SAR dapat diinterpretasikan, bahwa apabila faktor lain dianggap konstan maka ketika jumlah kerusakan suku cadang (X_1) naik sebesar 1 satuan maka menambah jumlah persediaan suku cadang sebesar 0,564345 satuan. Jika *lifetimes* suku cadang (X_3) naik 1 satuan maka dapat mengurangi jumlah persediaan sebesar 0,31562 satuan. Berdasarkan uji dependensi terdapat dependensi *error* pada jumlah persediaan suku cadang sehingga perlu dilanjutkan ke model *Spatial Error Model*.

4.3.5 Estimasi Parameter SEM

1. Estimasi parameter β pada SEM

Estimasi parameter model SEM dilakukan dengan menggunakan metode maksimum *likelihood* (MLE). Inti dari metode ini adalah mencari statistik yang memaksimalkan fungsi *likelihood* yang dibentuk melalui ε pada model SAR diasumsikan $\varepsilon \sim N(0, \sigma^2 I_n)$. Sehingga berdasarkan asumsi tersebut $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$ dimana ε_i adalah *error* pada lokasi i .

Fungsi peluang bersama dari ε_i [10].

$$f(\varepsilon_i) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\left[-\frac{\varepsilon_i^2}{2\sigma^2}\right]}, -\infty < \varepsilon_i < \infty; i = 1, 2, \dots, n$$

Fungsi peluang bersama, dari n peubah acak $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n$ adalah:

$$\begin{aligned} f(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n) &= f(\varepsilon_1) f(\varepsilon_2) \dots f(\varepsilon_n) \\ &= \left(\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\left[-\frac{\varepsilon_1^2}{2\sigma^2}\right]} \right) \left(\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\left[-\frac{\varepsilon_2^2}{2\sigma^2}\right]} \right) \dots \left(\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\left[-\frac{\varepsilon_n^2}{2\sigma^2}\right]} \right) \\ &= \frac{1}{(2\pi)^{\frac{n}{2}} \sigma^n} e^{\left[-\frac{\sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2}{2\sigma^2}\right]} \\ &= \frac{1}{(2\pi)^{\frac{n}{2}} \sigma^n} e^{\left[-\frac{\varepsilon^T \varepsilon}{2\sigma^2}\right]} \end{aligned}$$

Fungsi peluang bersama dari variabel respon Y diperoleh dengan mentransformasi persamaan (2.10) sebagai berikut:

$$u = \lambda W u + \varepsilon$$

$$(I - \lambda W)u = \varepsilon$$

$$u = (I - \lambda W)^{-1} \varepsilon$$

$$y = \rho W_1 y + X\beta + \varepsilon$$

$$\varepsilon = y - \rho W_1 y - X\beta$$

$$\varepsilon = (I - \rho W_1)y - X\beta$$

Dengan $J = \left| \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right| = |I - \rho W_1|$, sehingga diperoleh fungsi PDF bersama Y_1, Y_2, \dots, Y_n yaitu:

$$\begin{aligned} f(y_1, y_2, \dots, y_n) &= f(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n) |J| \\ &= \frac{1}{(2\pi)^{n/2} \sigma^n} e^{\left[\frac{(Y - X\beta)^T (I - \lambda W)^T (I - \lambda W)(Y - X\beta)}{2\sigma^2} \right]} \left[\frac{\partial \varepsilon}{\partial Y} \right] \\ &= \frac{|I - \lambda W|}{(2\pi)^{n/2} \sigma^n} e^{\left[\frac{(Y - X\beta)^T (I - \lambda W)^T (I - \lambda W)(Y - X\beta)}{2\sigma^2} \right]}, -\infty < y_i < \infty \end{aligned}$$

Sehingga fungsi *likelihood* dari variabel Y adalah

$$L(\beta, \lambda, \sigma^2; y_1, y_2, \dots, y_n) = \frac{|I - \lambda W|}{(2\pi)^{n/2} \sigma^n} e^{\left[\frac{(Y - X\beta)^T (I - \lambda W)^T (I - \lambda W)(Y - X\beta)}{2\sigma^2} \right]}$$

Logaritma natural fungsi *likelihood* yaitu:

$$\begin{aligned} \ln L(\beta, \lambda, \sigma^2; y_1, y_2, \dots, y_n) \\ &= \ln \left(\frac{|I - \lambda W|}{(2\pi)^{n/2} \sigma^n} e^{\left[\frac{(Y - X\beta)^T (I - \lambda W)^T (I - \lambda W)(Y - X\beta)}{2\sigma^2} \right]} |I - \rho W| \right) \\ &= C - \frac{n}{2} \ln \sigma^2 + \ln |I - \lambda W| - \frac{(Y - X\beta)^T (I - \lambda W)^T (I - \lambda W)(Y - X\beta)}{2\sigma^2} \quad (4.7) \end{aligned}$$

Kemudian persamaan (4.7) diturunkan terhadap β

$$\frac{\partial(\ln L)}{\partial \beta} = 0$$

$$\frac{\partial \left(C - \frac{n}{2} \ln \sigma^2 + \ln |I - \lambda W| - \frac{(Y - X\beta)^T (I - \lambda W)^T (I - \lambda W)(Y - X\beta)}{2\sigma^2} \right)}{\partial \beta} = 0$$

$$\frac{(X - \lambda WX)^T \left((Y - \lambda WY) - (X - \lambda WX)\hat{\beta} \right)}{2\sigma^2} = 0$$

$$(X - \lambda WX)^T (Y - \lambda WY) = (X - \lambda WX)^T (X - \lambda WX)\hat{\beta}$$

$$\hat{\beta} = [(X - \lambda WX)^T (X - \lambda WX)]^{-1} (X - \lambda WX)^T (Y - \lambda WY)$$

Sehingga didapat $\hat{\beta}$ adalah estimator untuk β

2. Estimasi parameter λ Model SEM

Estimasi parameter $\hat{\lambda}$ menggunakan optimalisasi fungsi persamaan (4.3)

$$f(\lambda) =$$

$$C - \frac{n}{2} \ln(\sigma^2) + \ln|I - \lambda W| - \frac{((Y - \lambda WY) - (X - \lambda WX)\beta)^T ((Y - \lambda WY) - (X - \lambda WX)\beta)}{2\sigma^2} \quad (4.8)$$

Estimasi parameter $\hat{\lambda}$ tidak didapat dengan meminimalkan persamaan (3.15). Hal ini disebabkan adanya $\ln|I - \lambda W|$ yang perhitungannya memerlukan bantuan *software* [5].

4.3.6 Spatial Error Model (SEM)

Berdasarkan uji *lagrange multiplier* yang telah dilakukan terhadap jumlah persediaan suku cadang dengan mendeteksi adanya dependensi spasial dalam hal *error* maka diperlukan untuk melanjutkan dengan model *spatial error*

Model SEM dengan nilai estimasi parameter pada Tabel 4.5 adalah sebagai berikut :

$$y_i = 2,260666 + 0,550113X_1 - 0,353088X_3 + U_i$$

$$U_i = 0,364127 \sum_{j=1,1 \neq j}^n W_{ij} U_j + \varepsilon_i$$

dimana:

y_i : Jumlah persediaan suku cadang di kabupaten/kota ke-i

X_{1i} : Jumlah kerusakan di kabupaten/kota ke-i

X_{3i} : *Lifetime* suku cadang di kabupaten/kota ke-i

W_{ij} : Matriks penimbang spasial dari kabupaten/kota ke-i

U_i : Residual Spasial dari kabupaten/kota ke-i

ε_i : Residual dari kabupaten/kota ke- i

Secara umum, model SEM dapat diinterpretasikan, bahwa apabila faktor lain dianggap konstan maka ketika jumlah kerusakan suku cadang (X_1) naik sebesar 1 satuan maka dapat menambah jumlah persediaan suku cadang sebesar 0,550113 satuan. Jika *lifetimes* suku cadang (X_3) naik 1 satuan maka dapat mengurangi jumlah persediaan sebesar 0,353088 satuan.

Tabel 4.5 Estimasi Parameter SEM

Variabel	Coef	Z	P-Value
Constant	2,260666	1,27036	0,20396
λ	0,364127	2,23681	0,02530
X_1	0,550113	4,46936	0,00001
X_2	0,285091	1,83443	0,06659
X_3	-0,353088	-2,89721	0,00377
X_4	0,0967352	0,788866	0,43019
X_5	0,0561219	0,417481	0,67633

4.4 Uji Asumsi Residual Model Regresi Spasial

Model regresi spasial yang terbentuk diuji asumsi residual untuk mengetahui kelayakan dari model. Asumsi yang dimaksud adalah asumsi Identik, Independen, dan Normal (IIDN)

4.4.1 Asumsi Homogenitas Varians (Identik)

Uji asumsi yang digunakan adalah Uji Park. Dalam uji ini *error* dimodelkan sebagai:

$$\ln e_i^2 = \alpha + \beta_1 \ln X_1 + \beta_2 \ln X_2 + \dots + \beta_n \ln X_n + V_i$$

Hipotesis yang digunakan adalah:

$$H_0 : \beta_i = 0, i = 1. \text{ (Homoskedastisitas)}$$

$$H_1 : \beta_i \neq 0, i = 1. \text{ (Heterokedastisitas)}$$

Berdasarkan Tabel 4.6, dapat diketahui bahwa pada jumlah persediaan suku cadang tidak terdapat variabel yang nilai uji park nya signifikan. Hal ini dapat disimpulkan bahwa gagal tolak H_0

artinya residual Persediaan suku cadang memiliki varians yang sama (homoskedastisitas). Untuk itu asumsi homoskedastisitas telah dipenuhi.

Tabel 4.6 Hasil Uji Park

No	Model	β_1	β_2
1	<i>Spatial Lag Model</i>	-0,143 (0,406)	0,097 (0,571)
2	<i>Spatial Error Model</i>	-0,067 (0,698)	0,018 (0,918)

4.4.2 Asumsi Independen

Uji asumsi independen digunakan untuk menguji apakah ada autokorelasi pada residual. Pada uji asumsi independen kali ini dilakukan dengan melihat grafik ACF dari residu masing-masing model regresi. Pada lampiran J dapat dilihat bahwa pada residual model SAR dan SEM tidak terdapat lag *error* yang keluar dari garis signifikansi, sehingga dapat disimpulkan bahwa model terbebas dari autokorelasi. Untuk itu asumsi independen telah dipenuhi.

4.4.3 Asumsi Normalitas

Uji asumsi normalitas dapat dilakukan dengan uji *Kolmogorof-Smirnov*. Hipotesis yang digunakan adalah:

H_0 : residual berdistribusi normal

H_1 : residual tidak berdistribusi normal

Hasil pengolahan didapatkan nilai KS yang dapat dilihat pada Tabel 4.7 masing-masing sebesar 0,087 dan 0,099 dengan *p-value* lebih dari 0,15, dengan demikian dapat disimpulkan bahwa semua model memiliki residual berdistribusi normal.

Maka residual regresi spasial telah memenuhi asumsi Identik, Independen, dan Normal (IIDN).

Tabel 4.7 Hasil Uji Kolmogorov-Smirnov

Model	Nilai KS	P-value	Kesimpulan
Regresi Spasial <i>Lag</i>	0,087	>0,150	Terima Ho
Regresi Spasial <i>Error</i>	0,099	>0,150	Terima Ho

4.5 Perbandingan Nilai Estimator Model

Perbandingan nilai estimator dan nilai signifikansinya dari model regres OLS maupun SAR dan SEM diuraikan dalam Tabel 4.8.

Tabel 4.8 memperlihatkan bahwa semua parameter signifikan sehingga layak dijadikan model. Dua variabel predictor berpengaruh secara nyata terhadap jumlah persediaan suku cadang (Y) baik pada model regresi OLS, SAR, maupun SEM.

Tabel 4.8 Perbandingan Nilai Parameter

NO	Model	ρ	X_1	X_3	λ
1	Regresi klasik (OLS)		0,525065 (0.00134)	-0,319742 (0.02233)	
2	<i>SpatialAutoregressive</i> (SAR)	0.280353 (0,04987)	0.564345 (0.00001)	-0.31562 (0.00669)	
3	<i>Spatial Error Model</i> (SEM)		0.550113 (0.00001)	-0.353088 (0.00377)	0.364127 (0.02530)

4.6 Pemilihan Model Terbaik

Pada Tabel 4.9 dipaparkan beberapa kriteria model. Dari beberapa model yang sudah terbentuk, dihitung nilai koefisien determinasi (R^2) dan AIC (*Akaike's Information Criterion*).

Model yang dipilih adalah model dengan nilai R^2 terbesar dan AIC terkecil. dan didapatkan model terbaik yaitu *Spatial error mode* dengan nilai R^2 sebesar 0,458379 dan AIC sebesar 168,024

Tabel 4.9 Kriteria Pemilihan Model

Regresi	R^2	AIC
Klasik	0,366472	70,002
SAR	0,442417	68,024
SEM	0,458379	65,651

4.7 Analisis Variabel-Variabel Pengaruh

Variabel-variabel yang telah ditetapkan sebagai faktor-faktor yang mempengaruhi persediaan suku cadang, pada hasil penelitian didapatkan tidak semua faktor-faktor tersebut mempengaruhi persediaan suku cadang secara signifikan.

Pada penelitian yang telah dilakukan didapatkan bahwa persediaan suku cadang dipengaruhi oleh jumlah kerusakan suku cadang dan *lifetime* suku cadang, sedangkan faktor lain seperti harga suku cadang, perawatan mesin, dan jumlah pengiriman dianggap sebagai pengaruh yang tidak signifikan. Pada kenyataannya hal ini dapat diterima karena penentuan alokasi jumlah persediaan suku cadang dapat dilakukan hanya dengan mempertimbangkan faktor *lifetime* dan jumlah kerusakan pada suku cadang.

BAB V

KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan analisis dan pembahasan pada bab sebelumnya, dapat disimpulkan beberapa hal sebagai berikut :

1. Dari pengujian Indeks Moran diperoleh kesimpulan bahwa pada taraf signifikansi 5% dinyatakan terdapat autokorelasi spasial terhadap jumlah persediaan suku cadang sebesar 0,208132 berada pada rentang $0 < I \leq 1$ dan menunjukkan adanya autokorelasi spasial positif. Hal ini mengindikasikan adanya kemiripan nilai (jumlah) persediaan suku cadang pada daerah-daerah yang berdekatan
2. Berdasarkan hasil analisis pada jumlah persediaan suku cadang didapatkan adanya dependensi dalam lag dan *error*, maka dilakukan pemodelan *Spatial Autoregressive Model* (SAR) dan *Spatial Error Model* (SEM). Model SAR didapatkan variabel predictor yang signifikan pada $\alpha=5\%$ adalah variabel jumlah kerusakan suku cadang (X_1), dan *lifetime* suku cadang (X_3). Model SAR yang didapatkan adalah sebagai berikut.

$$y_i = 0,75302 - 0,280353 \sum_{j=1, i \neq j}^n w_{ij} y_j + 0,564345 X_{1i} - 0,31562 X_{3i} + \varepsilon$$

Dari model spasial SEM juga didapatkan variabel prediktor yang signifikan pada $\alpha=5\%$ adalah variabel jumlah kerusakan suku cadang (X_1), dan *lifetime* suku cadang (X_3). Model SEM yang didapatkan adalah sebagai berikut.

$$y_i = 2,260666 + 0,550113 X_1 - 0,353088 X_3 + U_i$$

$$U_i = 0,364127 \sum_{j=1, i \neq j}^n W_{ij} U_j + \varepsilon_i$$

3. Dari beberapa model yang sudah terbentuk, didapatkan model terbaik yaitu *Spatial error model* dengan nilai R^2 sebesar 0,458379 dan AIC sebesar 168,024

5.2 Saran

Saran yang dapat diberikan dalam penelitian ini adalah faktor-faktor sebagai variabel prediktor yang mempengaruhi Jumlah persediaan suku cadang sebaiknya ditambah untuk menambah besar nilai R^2 .

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Yuwono, B.A (2007) “Analisa Dari Desain Dan Permasalahan pada Mesin Atm di Bank Mega”. Jakarta: Universitas Gunadarma.
- [2] Anselin, L. (1988). “*Spatial Econometrics: Methods and Models*”, Kluwer Academic Publishers, Netherlands.
- [3] Tersine, R. J. (1994). “*Principles of Inventory and Materials Management*”.Fourth Edition. Prentice-Hall, New Jersey.
- [4] Almuldita, N.N (2012). “*Model Estimasi Permintaan Fast Moving Consumer Goods (FMCG)*” Skripsi : Jurusan Teknik Industri, Universitas Indonesia.
- [5] Andra, N. (2007). “*Model Regresi Linear Pada Data Spasial Dependen*”. Skripsi: Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Indonesia.
- [6] LeSage. (1999). “*The Theory and Practice of Spatial Econometrics*”. Toledo: Department of Economics University of Toledo.
- [7] Lin, C., danWen, T. (2011) “*Using Geographically Weighted Regression (GWR) to Explore Spatial Varying Relationships of Immature Mosquitoes and Human Densities with the Incidence of Dengue*”. International Journal of Environmental Research and Public Health. Vol. 8. Hal: 2798–2815
- [8] Indrajit, R. dan Djokopranoto, R. (2005), “*Manajemen Persediaan: Barang Umum danSuku Cadang untuk KeperluanPemeliharaan, Perbaikan, dan Operasi*”. Jakarta: Grasindo.
- [9] Bain, L.J., dan Engelhard, M. (1992). “*Introduction to Probability and Matematical StatisticsI*”. California: Duxburry Press.
- [10] Indri, A. (2014). “*Aplikasi Regresi Spasial Untuk Pemodelan Angka Harapan Hidup (AHH) di Provinsi Jawa*

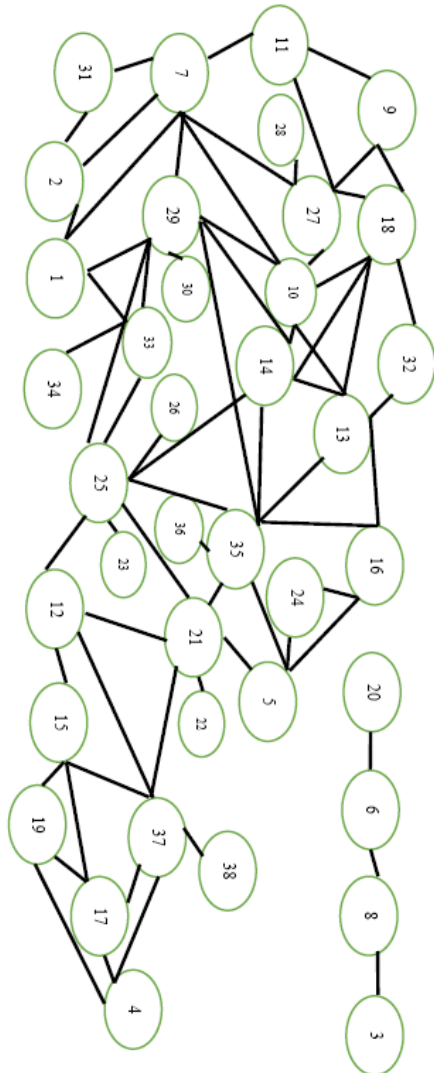
- Tengah*". Skripsi: Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Yogyakarta
- [11] Comar, C., Gasperoni, F., dan Dewar, R. (2003). "*Benefits and Misunderstandings of Free Software in the European Space Industry*". Cambridge: Harvard University.
- [12] Luc, A., Syabri, I., dan Kho, Y. (2006). "*GeoDa: An Introduction to Spatial Data Analysis*". Geographical Analysis volume 38 issue 1, 5-22

LAMPIRAN A
Data jumlah persediaan suku cadang
Periode 1 Januari 2015-31 Desember 2016

Kode	Kabupaten/Kota	y_i	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
1	Tulungagung	5	1	3	4	7	8
2	Trenggalek	4	3	3	4	4	3
3	Sumenep	7	5	5	1	6	1
4	Situbondo	6	4	4	5	5	2
5	Sidoarjo	8	6	2	3	7	4
6	Sampang	9	8	1	1	9	6
7	Ponorogo	6	7	3	3	8	5
8	Pamekasan	7	8	1	2	9	7
9	Ngawi	8	10	2	4	10	6
10	Nganjuk	5	3	4	4	5	7
11	Magetan	4	5	5	5	6	9
12	Lumajang	5	4	2	4	7	8
13	Lamongan	8	8	7	2	1	5
14	Jombang	6	5	4	3	5	9
15	Jember	5	7	5	1	2	7
16	Gresik	10	7	10	9	7	3
17	Bondowoso	7	10	6	4	3	4
18	Bojonegoro	4	6	1	8	2	10
19	Banyuwangi	8	9	9	7	6	1
20	Bangkalan	4	3	3	4	4	10
21	Pasuruan	1	5	8	10	9	2
22	Kota Pasuruan	2	4	6	8	10	4
23	Kota Malang	4	2	5	6	9	6
24	Surabaya	10	4	4	3	3	4
25	Malang	10	7	4	6	8	8
26	Kota Batu	6	4	2	6	4	9
27	Madiun	9	8	8	6	4	2
28	Kota Madiun	5	7	3	7	1	9
29	Kota Kediri	3	9	2	9	2	7
30	Kediri	7	10	4	7	4	8

LAMPIRAN A (lanjutan)
Data jumlah persediaan suku cadang
Periode 1 Januari 2015-31 Desember 2016

Kode	Kabupaten/kota	y_i	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
31	Pacitan	8	8	5	8	5	7
32	Tuban	6	6	3	9	8	5
33	Kota Blitar	1	5	2	10	7	4
34	Blitar	3	7	1	7	9	3
35	Mojokerto	5	3	3	4	10	1
36	Kota Mojokerto	4	4	4	2	9	2
37	Probolinggo	2	3	5	1	8	4
38	Kota Probolinggo	3	2	4	1	8	5



LAMPIRAN C

Matriks Pembobot

A. Matriks pembobot tak terstandarisasi

[illegible]

[illegible]

LAMPIRAN C (Lanjutan)

Matriks Pembobot

B. Matriks pembobot terstandarisasi

[illegible]

[illegible]

LAMPIRAN D

Output Regresi Klasik

SUMMARY OF OUTPUT: ORDINARY LEAST SQUARES ESTIMATION

Data set	: KB_JATIM		
Dependent Variable	: Y	Number of Observations:	38
Mean dependent var	: 5.65789	Number of Variables	: 6
S.D. dependent var	: 2.4309	Degrees of Freedom	: 32
R-squared	: 0.366472	F-statistic	: 3.70216
Adjusted R-squared	: 0.267483	Prob(F-statistic)	: 0.00933343
Sum squared residual	: 142.26	Log likelihood	: -79.001
Sigma-square	: 4.44564	Akaike info criterion	: 170.002
S.E. of regression	: 2.10847	Schwarz criterion	: 179.828
Sigma-square ML	: 3.74369		
S.E of regression ML	: 1.93486		

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Probability
CONSTANT	2.88247	2.19051	1.31589	0.19756
X1	0.525065	0.149419	3.51403	0.00134
X2	0.258201	0.184342	1.40066	0.17094
X3	-0.319742	0.133163	-2.40114	0.02233
X4	-0.0030616	0.14723	-0.0207947	0.98353
X5	0.0641986	0.15894	0.403919	0.68896

REGRESSION DIAGNOSTICS

MULTICOLLINEARITY CONDITION NUMBER 16.584952

TEST ON NORMALITY OF ERRORS

TEST	DF	VALUE	PROB
Jarque-Bera	2	0.4671	0.79172

DIAGNOSTICS FOR HETEROSKEDASTICITY

RANDOM COEFFICIENTS

TEST	DF	VALUE	PROB
Breusch-Pagan test	5	4.1017	0.53487
Koenker-Bassett test	5	4.5812	0.46909

DIAGNOSTICS FOR SPATIAL DEPENDENCE

FOR WEIGHT MATRIX : KB_JATIM

(row-standardized weights)

TEST	MI/DF	VALUE	PROB
Moran's I (error)	0.3044	2.7127	0.00667
Lagrange Multiplier (lag)	1	5.0149	0.02513
Robust LM (lag)	1	0.4359	0.50909
Lagrange Multiplier (error)	1	4.7582	0.02916
Robust LM (error)	1	0.1792	0.67202
Lagrange Multiplier (SARMA)	2	5.1941	0.07449

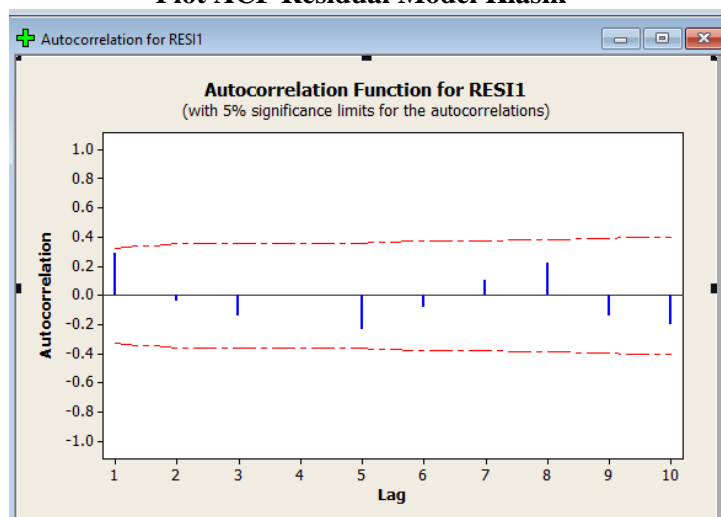
LAMPIRAN D (Lanjutan)

Output Regresi Klasik

OBS	Y	PREDICTED	RESIDUAL
1	5.00000	3.39533	1.60467
2	4.00000	4.13365	-0.13365
3	7.00000	6.52489	0.47511
4	6.00000	4.52991	1.47009
5	8.00000	5.82540	2.17460
6	9.00000	7.37909	1.62091
7	6.00000	6.66980	-0.66980
8	7.00000	7.12354	-0.12354
9	8.00000	7.72513	0.27487
10	5.00000	4.64558	0.35442
11	4.00000	5.75951	-1.75951
12	5.00000	4.71232	0.28768
13	8.00000	8.56885	-0.56885
14	6.00000	6.14385	-0.14385
15	5.00000	7.97246	-2.97246
16	10.00000	6.43342	3.56658
17	7.00000	8.65097	-1.65097
18	4.00000	4.36899	-0.36899
19	8.00000	7.73950	0.26050
20	4.00000	4.58304	-0.58304
21	1.00000	4.47683	-3.47683
22	2.00000	4.20018	-2.20018
23	4.00000	3.66279	0.33721
24	10.00000	5.30392	4.69608
25	10.00000	6.16137	3.83863
26	6.00000	4.14622	1.85378
27	9.00000	7.34630	1.65370
28	5.00000	5.66906	-0.66906
29	3.00000	5.69005	-2.69005
30	7.00000	7.42907	-0.42907
31	8.00000	6.25014	1.74986
32	6.00000	4.22629	1.77371
33	1.00000	3.06214	-2.06214
34	3.00000	4.74297	-1.74297
35	5.00000	3.98688	1.01312
36	4.00000	5.15715	-1.15715
37	2.00000	5.66123	-3.66123
38	3.00000	4.94216	-1.94216

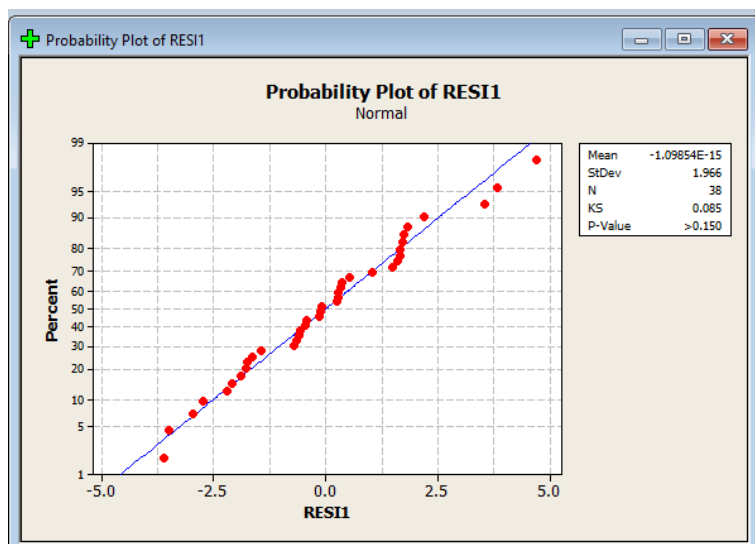
LAMPIRAN E

Plot ACF Residual Model Klasik



LAMPIRAN F

Uji Normalitas Residu Regresi Klasik



LAMPIRAN G

Output SAR

```

-----
SUMMARY OF OUTPUT: SPATIAL LAG MODEL - MAXIMUM LIKELIHOOD ESTIMATION
Data set      : KB_JATIM
Spatial Weight : KB_JATIMQuen
Dependent Variable : Y Number of Observations: 38
Mean dependent var : 5.65789 Number of Variables : 7
S.D. dependent var : 2.4309 Degrees of Freedom : 31
Lag coeff. (Rho) : 0.280353

```

```

R-squared      : 0.442417 Log likelihood      : -77.0118
Sq. Correlation : - Akaike info criterion : 168.024
Sigma-square    : 3.29492 Schwarz criterion : 179.487
S.E of regression : 1.81519

```

Variable	Coefficient	Std. Error	z-value	Probability
W_Y	0.280353	0.148984	1.88176	0.05987
CONSTANT	0.75302	2.11534	0.35598	0.72186
X1	0.564345	0.128638	4.38708	0.00001
X2	0.248563	0.159393	1.55944	0.11889
X3	-0.31562	0.116374	-2.71211	0.00669
X4	0.0689011	0.127707	0.539524	0.58953
X5	0.0370576	0.137079	0.270339	0.78690

```

REGRESSION DIAGNOSTICS
DIAGNOSTICS FOR HETEROSKEDASTICITY
RANDOM COEFFICIENTS

```

```

TEST          DF      VALUE      PROB
Breusch-Pagan test      5      3.0108      0.69832

```

```

DIAGNOSTICS FOR SPATIAL DEPENDENCE

```

```

SPATIAL LAG DEPENDENCE FOR WEIGHT MATRIX : KB_JATIMQuen
TEST          DF      VALUE      PROB
Likelihood Ratio Test      1      3.9785      0.04608

```

OBS	Y	PREDICTED	RESIDUAL	PRED ERROR
1	5	2.88136	2.43942	2.11864
2	4	3.77529	-0.09161	0.22471
3	7	7.15685	0.08513	-0.15685
4	6	4.99296	1.56616	1.00704
5	8	5.75895	1.85781	2.24105
6	9	7.81348	1.41488	1.18652
7	6	6.67883	-0.76068	-0.67883
8	7	7.86310	-1.00744	-0.86310
9	8	8.18643	-0.13114	-0.18643
10	5	4.52593	0.53615	0.47407
11	4	6.06363	-2.13576	-2.06363
12	5	4.71501	0.71460	0.28499
13	8	8.02542	-0.31279	-0.02542
14	6	5.80401	0.06445	0.19599
15	5	7.96914	-2.56978	-2.96914
16	10	6.56949	2.88530	3.43051
17	7	8.87743	-1.45216	-1.87743
18	4	4.16506	-0.33354	-0.16506
19	8	8.35124	0.00756	-0.35124
20	4	4.76598	-1.09862	-0.76598
21	1	4.52581	-3.59649	-3.52581
22	2	4.08288	-1.09442	-2.08288
23	4	3.72178	-0.87679	0.27822
24	10	5.14088	4.06410	4.85912
25	10	5.88016	4.26199	4.11984
26	6	3.87145	0.97354	2.12855
27	9	7.36292	1.79250	1.63708
28	5	5.70642	-1.16538	-0.70642
29	3	5.29233	-2.46286	-2.29233
30	7	7.23717	0.40549	-0.23717
31	8	6.05497	2.00869	1.94503
32	6	4.48952	1.53718	1.51048
33	1	2.83032	-2.01807	-1.83032
34	3	4.26743	-0.75430	-1.26743
35	5	4.29584	0.59246	0.70416
36	4	4.95637	-1.15378	-0.95637
37	2	5.75436	-3.33428	-3.75436
38	3	4.91009	-0.85754	-1.91009

LAMPIRAN H

Output SEM

```

SUMMARY OF OUTPUT: SPATIAL ERROR MODEL - MAXIMUM LIKELIHOOD ESTIMATION
Data set      : KB_JATIM
Spatial Weight : KB_JATIMQwen
Dependent Variable : Y      Number of Observations: 38
Mean dependent var : 5.657895 Number of Variables : 6
S.D. dependent var : 2.430901 Degrees of Freedom : 32
Lag coeff. (Lambda) : 0.364127

R-squared      : 0.458379      R-squared (BUSE) : -
Sq. Correlation : -          Log likelihood : -76.780356
Sigma-square    : 3.20059     Akaike info criterion : 165.561
S.E of regression : 1.78902     Schwarz criterion : 175.386
  
```

Variable	Coefficient	Std. Error	z-value	Probability
CONSTANT	2.26066	1.77955	1.27036	0.20396
X1	0.550113	0.123085	4.46936	0.00001
X2	0.285091	0.155411	1.83443	0.06659
X3	-0.353088	0.121872	-2.89721	0.00377
X4	0.0967352	0.122626	0.788866	0.43019
X5	0.0561219	0.13443	0.417481	0.67633
LAMBDA	0.364127	0.162788	2.23681	0.02530

REGRESSION DIAGNOSTICS

DIAGNOSTICS FOR HETEROSKEDASTICITY

RANDOM COEFFICIENTS

TEST	DF	VALUE	PROB
Breusch-Pagan test	5	4.2542	0.51343

DIAGNOSTICS FOR SPATIAL DEPENDENCE

SPATIAL ERROR DEPENDENCE FOR WEIGHT MATRIX : KB_JATIMQwen

TEST	DF	VALUE	PROB
Likelihood Ratio Test	1	4.4414	0.03508

OBS	Y	PREDICTED	RESIDUAL	PRED ERROR
1	5	3.37982	2.07659	1.62018
2	4	3.90923	-0.21502	0.09077
3	7	6.72013	0.46938	0.27987
4	6	4.43196	2.23547	1.56804
5	8	5.97389	1.55350	2.02611
6	9	7.80091	1.34583	1.19909
7	6	6.96195	-1.05488	-0.96195
8	7	7.50395	-0.77321	-0.50395
9	8	8.22370	-0.24117	-0.22370
10	5	4.51554	0.58527	0.48446
11	4	5.75675	-1.81639	-1.75675
12	5	4.74506	0.87868	0.25494
13	8	8.32897	-0.71229	-0.32897
14	6	6.08110	-0.23013	-0.08110
15	5	7.77014	-2.29278	-2.77014
16	10	6.63008	2.70872	3.36992
17	7	8.57467	-1.10802	-1.57467
18	4	3.77641	0.02726	0.22359
19	8	7.94241	0.39462	0.05759
20	4	4.30208	-0.73870	-0.30208
21	1	4.74393	-3.74557	-3.74393
22	2	4.53879	-1.17553	-2.53879
23	4	3.87516	-1.20199	0.12484
24	10	5.05691	3.96067	4.94309
25	10	6.35614	3.86097	3.64386
26	6	3.80480	0.86837	2.19520
27	9	7.32295	1.81853	1.57705
28	5	5.09694	-0.70760	-0.09694
29	3	5.19039	-2.33192	-2.19039
30	7	7.26645	0.53113	-0.26645
31	8	6.13884	2.01977	1.86116
32	6	4.29331	1.72577	1.70669
33	1	2.95216	-2.05318	-1.95216
34	9	4.96391	-1.25307	-1.96391
35	5	4.37739	0.56931	0.62261
36	4	5.52507	-1.75178	-1.52507
37	2	5.98174	-3.46781	-3.98174
38	3	5.20265	-0.75280	-2.20265

LAMPIRAN I **Hasil Uji Park**

SAR

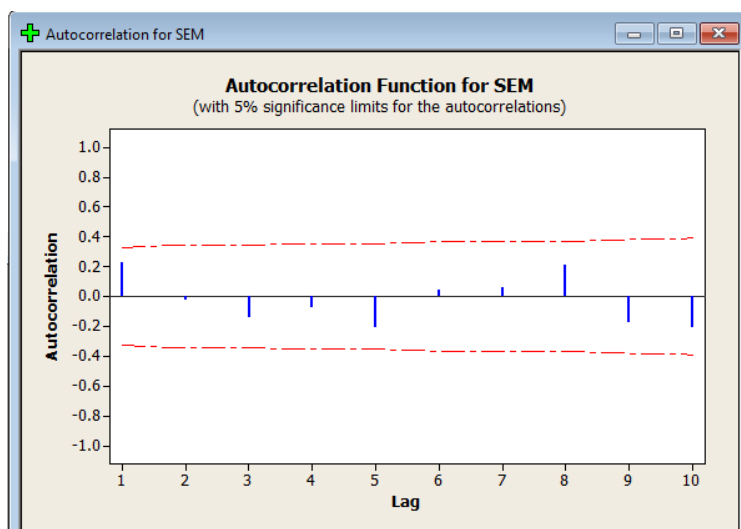
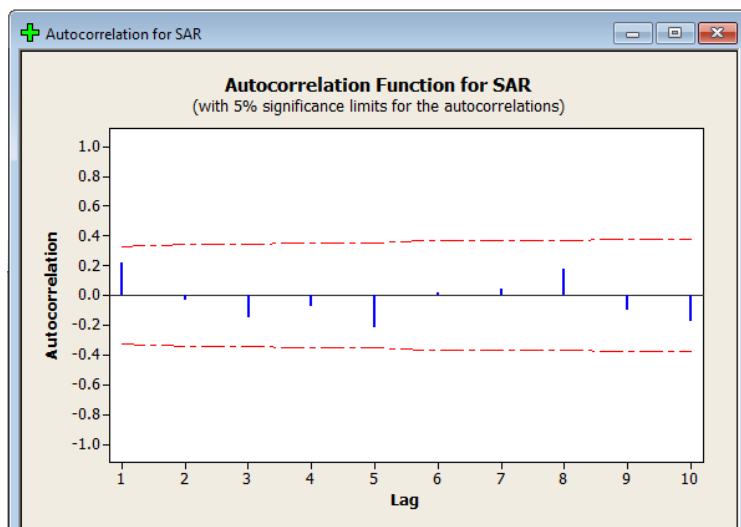
Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
		B	Std. Error	Beta		
1	(Constant)	.396	1.593		.249	.805
	lnX1	-.730	.868	-.143	-.841	.406
	lnX3	.363	.634	.097	.572	.571

SEM

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
		B	Std. Error	Beta		
1	(Constant)	.422	1.198		.352	.727
	lnX1	-.255	.652	-.067	-.391	.698
	lnX3	.049	.477	.018	.103	.918

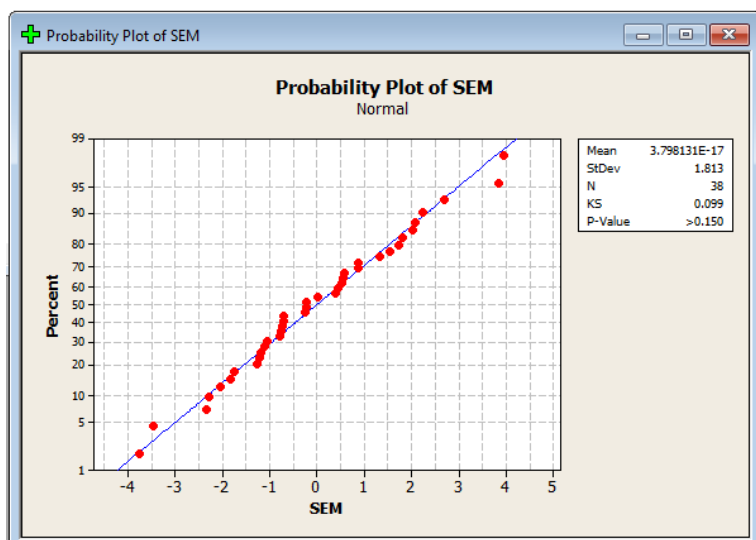
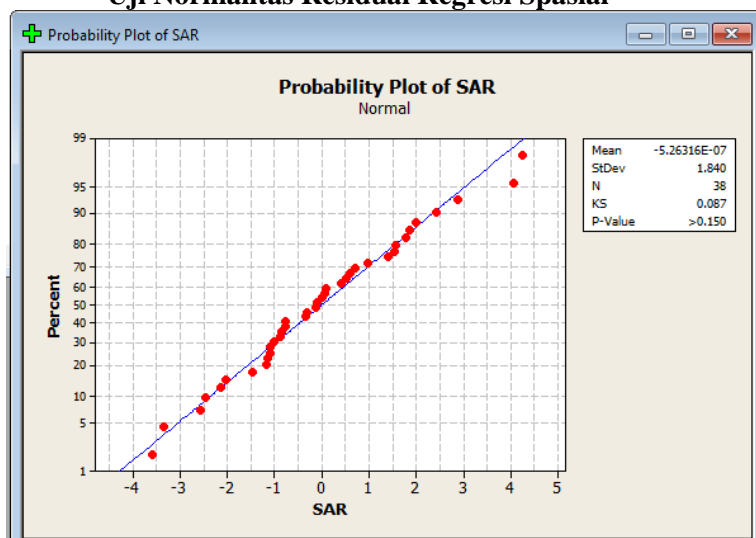
LAMPIRAN J

Plot ACF Residual Model Spasial



LAMPIRAN K

Uji Normalitas Residual Regresi Spasial



BIODATA PENULIS



Siti Nur Afifah atau yang biasadipanggil Afifah lahir di Bojonegoro, 23 Juni 1995. Penulis menempuh pendidikan di SDN Sugihwaras II, SMPN 1 Sugihwaras, dan SMAN 1 Sugihwaras. Penulis yang merupakan anak pertama dari pasangan Mashadi dan Rumiyaatun ini diterima di Departemen

Matematika ITS dengan melalui jalur SBMPTN pada tahun 2013 untuk menempuh pendidikan S1 selama 4 tahun. Penulis juga mengikuti kegiatan organisasi yaitu aktif di Himpunan Mahasiswa Departemen Matematika ITS (Himatika ITS) sebagai staff Departemen Perekonomian (2014/2015) dan Sekertaris Entrepreneur development department Himatika ITS 2015/2016. Di Departemen Matematika ITS penulis mengambil bidang minat Riset Operasi dan Pengolahan Data (ROPD).

Jika ingin memberikan saran, kritik, dan diskusi mengenai Tugas Akhir ini, bisa melalui email afifahnursiti@gmail.com

Semoga bermanfaat.

